

العلاقة بين المكونات المعرفية اللازمة للإجابة الصحيحة على البند

ومستوى صعوبته باستخدام تحليل المسار ونموذج راش

د. هشام فتحى جاد الرب

كلية التربية - جامعة المنصورة

ملخص:

تعرضت الدراسة لبحث مصادر تباين صعوبة مفردات الاختبار عند استخدامه مع مجموعة من الأفراد، وحاولت للتأكد بشكل تجريبي من صدق العلاقة بين المكونات المعرفية التي يفترض أنها تقع خلف الاستجابة الصحيحة على مفردات الاختبار وصعوبة هذه المفردات، وقدمت الدراسة منهجية لدراسة تلك العلاقة بشكل تجريبي باستخدام تحليل المسار ونموذج راش والتحليل التمييزي. وقد هدفت الدراسة للتحقق من صدق هذه المنهجية باستخدام اختبار تحصيلي في جبر المعادلات الخطية قام الباحث بإعداده في ضوء مجموعة من المكونات المعرفية التي يفترض نظريا تفسيرها لتباين صعوبة مفردات الاختبار، والتي تم في ضوءها توصيف نموذج للعلاقات بين هذه المفردات. وقد تكونت عينة الدراسة من ٣٣٨ طالبا وطالبة (١٨٣ ذكور، ١٥٥ إناث)، وقد تم تحليل البيانات باستخدام تحليل المسار بواسطة برنامج AMOS 5.0 وبرنامج RASCAL 3.5 وتم تقدير البارامترات باستخدام طريقة الأرجحية العظمى. وقد استخدم الباحث عدد من مؤشرات الملاءمة الوصفية، بالإضافة إلى مربع كاي لفحص ملاءمة النموذج للبيانات. وقد توصلت الدراسة لأدلة تدعم ملاءمة النموذج المقترح للبيانات المستمدة من عينة الدراسة، مما يشير لإمكانية تفسير تباين صعوبة مفردات الاختبار في ضوء تباين المتطلبات المعرفية لتلك المفردات. كما تحققت الدراسة من صدق تنبؤات النموذج المقترح بصعوبة مفردات الاختبار التي تم تقديرها باستخدام نموذج راش، ومن قدرة النموذج على التمييز بين مستويات الصعوبة المختلفة باستخدام التحليل التمييزي.

العلاقة بين المكونات المعرفية اللازمة للإجابة الصحيحة على البند ومستوى صعوبته باستخدام تحليل المسار ونموذج راثن

د. هشام فتحى جاد الرب

كلية التربية - جامعة المنصورة

مقدمة الدراسة وأساسها النظري:

أسهمت التطورات التي حدثت في ميدان علم النفس المعرفي، وخاصة فيما يتعلق بحل المشكلات في تنامي معلوماتنا حول الكيفية التي يقوم بها الأفراد بحل المشكلات المعرفية المختلفة. وقد استفاد مُعدي الاختبارات النفسية كثيرا من هذا التقدم في مجال علم النفس المعرفي، وطوروا الاختبارات بحيث تتضمن النتائج التي توصلت لها النظريات المعرفية سعيا للوصول لاختبارات على درجة أعلى من الصدق فيما يتعلق بالخاصية موضع القياس. وفي هذا الصدد يرى أرفين (Irvine, 2005) أن استخدام النماذج المعرفية النظرية في ميدان قياس القدرات العقلية يُعد من أهم التطورات التي ميزت بناء العديد من بطاريات الاختبارات الحديثة. فعلى سبيل المثال، في مجال اختبارات الذكاء، ظهرت المقاييس الفارقة للقدرات Differential Ability Scales (DAS; Elliott, 1990)، اختبار كوفمان لذكاء المراهقين والراشدين Kaufman Adolescent and Adult Intelligence Test (KAIT; Kaufman & Kaufman, 1993)، واختبارات وودكوك-جونسون للقدرات المعرفية - المعدلة Woodcock-Johnson Tests of Cognitive Ability-Revised (WJ-R COG; Woodcock & Johnson, 1989)، والتي طُورت في ضوء نموذج هورن وكاتل في الذكاء السائل (الخام) والممتلور Horn and Cattell's model of fluid and crystallized intelligence، وأراء كارول في القدرات المعرفية Carroll's view of human cognitive abilities، وكذلك نماذج بياجيه للعمليات المعرفية Piaget's models of formal operations (Flanagan, Genshaft & Harrison, 1997) من جهة أخرى، فقد انتقلت نظرية الاختبار الحديثة من التوجه نحو الاهتمام بأداء الأفراد على الاختبار ككل، إلى التوجه نحو استجابات الأفراد على مفردات الاختبار ودراستها لما قد تحتويه هذه الاستجابات من معاني نفسية وتربوية. وقد أدى التطور الملحوظ في كل من القياس النفسي والنمذجة الرياضية للمتغيرات النفسية واستخدام ذلك للتقدم جنبا إلى جنب مع المعلومات التي لدينا عن العمليات المعرفية التي يستخدمها الفرد عند استجابته على أحد مفردات الاختبار؛ أدى إلى تنامي نوع جديد من الدراسات والبحوث النفسية تربط بين كل من علم النفس المعرفي والقياس النفسي بما يركز عليه من دعائم من علم النمذجة الاحصائية. وتنامى اتجاه يدعو إلى أن نذهب فيما وراء استجابات الأفراد على المفردات والتعرف على العمليات المعرفية التي تقف خلف هذه الاستجابات وليس مجرد الكشف عن قدرات الأفراد وصعوبات المفردات، وتفسير صعوبة مفردات الاختبار في ضوء الخصائص الذاتية للمفردة بدلا من الاعتماد فقط على

خصائص الأفراد المستجيبين على الاختبار (Embretson, 1985; 1995; Scheuneman & Steinhaus, 1987; Scheuneman & Gerritz, 1990) وبدأ علماء القياس النفسي في محاولة الإجابة على بعض التساؤلات التي لم يكونوا يجيبوا عليها لولا التقدم الذي حدث في العلوم سابقة الذكر. من هذه التساؤلات: لماذا تتباين صعوبة مفردات الاختبار عند تطبيقه على مجموعة من الأفراد؟ ويمكننا صياغة السؤال بشكل أكثر إجرائية: ما هي مصادر صعوبة مفردات الاختبار؟ قد تكون الإجابة على مثل هذا التساؤل أن الاستجابة الصحيحة على مفردات الاختبار تستلزم مجموعة من العمليات المعرفية، وتختلف صعوبة مفردات الاختبار وفقاً لتعدد العمليات العقلية أو المتطلبات المعرفية التي تقع خلف الإجابة الصحيحة على المفردة من حيث الكم والكيف، أو بمعنى آخر كلما زاد الجهد المعرفي الذي يقوم به الفرد أثناء عملية الاستجابة على المفردة، كلما زاد مستوى صعوبة تلك المفردة. وبالرغم من منطقيته هذه الإجابة، إلا أنها يغلب عليها الطابع النظري ومن الصعب التحقق من صحتها تجريبياً لو لم يحدث تكامل بين علم النفس المعرفي والقياس النفسي والنمذجة الاحصائية. والإجابة على مثل هذا التساؤل تفيدنا في التحقق من النظريات المعرفية التي بنيت في ضوءها الاختبارات من ناحية، واستخدام تلك المعلومات في تحليل، وبناء واختيار مفردات الاختبار من ناحية أخرى (Embretson, 1995; Embretson, 2000; Embretson & Watzel, 1997; Gitomer & Rock, 1993; Mislevy, 1993).

تعد دراسة فيشر (1973) Fischer من أوائل الدراسات التي استخدمت أحد نماذج السمات الكامنة الأحادية البعد *unidimensional latent trait theory models* هو النموذج الخطي اللوغاريتمي للاختبار لفيشر *Linear Logistic Test Model (LLTM)* (Fischer, 1973)، في تحليل مصادر صعوبة مفردات أحد الاختبارات في مادة الرياضيات، حيث طُبق على عينة من 278 طالب في الصف الحادي عشر، وقد توصلت الدراسة لإمكانية تفسير صعوبة مفردات الاختبار في ضوء سبعة عمليات معرفية. وفي دراسة أخرى قام بها كايسى (1997) Cisse، واستخدم فيها نفس النموذج السابق لفيشر للتحقق من دور المعرفة اللغوية والمفاهيمية في حل المسائل اللغوية في الرياضيات للتلاميذ من الصف الأول إلى الثالث. وقد اقترح الباحث ستة عوامل يستخدمها التلاميذ في حل المسائل ذات درجة الصعوبة المختلفة؛ ثلاث منهم ترجع إلى المنطق الرياضي، أما الثلاث الأخرى فترجع إلى المهارات اللغوية. وقد توصلت الدراسة إلى ثلاثة عوامل؛ علاقة الكل بالجزء *part-whole relationship*، المصطلحات المقارنة *comparative terms*، والاتساق اللغوي *language consistency* يمكنهم تفسير التباين في صعوبة مفردات الاختبار.

قامت ميدينا-دايز (1993) Medina-Diaz، بالتحقق من البناء المعرفي لاختبارات التحصيل في مادة الجبر، وذلك بتطبيق 29 مسألة جبرية على 235 طالب من الصف التاسع وذلك باستخدام نموذج فيشر اللوغاريتمي LLTM. وقد توصلت الدراسة إلى ثمانية عوامل تم تسميتها بقواعد الإنتاج *production rules* يمكن من خلالها تفسير البناء المعرفي للمفردات

المكونة للاختبار. وقد قامت الباحثة بالتحقق من صحة التكوين المعرفي للاختبار وذلك باستخدام اختبار نسبة الاحتمالية *likelihood ratio test* بين تقديرات الصعوبة المشتقة من النموذج اللوغاريتمى لفيشر والتقديرات المقابلة المشتقة باستخدام نموذج راش. وتوصلت الدراسة لقيم داله، مما يعنى عدم تماثل القيم المشتقة من النموذجين لتقديرات الصعوبة. وقد عدل ديمتروف و أوبوكوى (Dimitrov & Obiekwe, 1998) القواعد التي وضعها ميدينا-دايز، وتوصلا لعشرة قواعد تستخدم في الوصول للحل الصحيح للمعادلات الجبرية.

وقد انتقد ديمتروف (1996) استخدام النموذج اللوغاريتمى لفيشر لعدة أسباب منها: أن استخدام النموذج ينطوي على كثير من التعقيدات وخاصة مع النماذج المعرفية المعقدة، بالإضافة إلى افتقار النموذج لإجراءات موحدة لإعطاء درجات مختلفة على المفردات المتباينة في درجة التعقيد المعرفي، وكذلك صعوبة التحقق من صدق مستويات الصعوبة المشتقة من النموذج. وقد اقترح ديمتروف لعلاج تلك المشكلات أسلوب أسماء النسق الهرمي للمفردات Hierarchical System of Items (HSI)، والذي يعتمد على تنظيم المفردات وفقا للعمليات والمتطلبات المعرفية اللازمة للاستجابة عليها، تنظيما هرميا يعتمد على مدى تعقيد تلك المتطلبات. وباستخدام عينه من طلاب الجامعة، توصلت الدراسة لكفاءة النسق الهرمي للمفردات و الإجراءات المترتبة عليه للتحقق من صدق تنبؤاته بصعوبة مفردات الاختبار.

تحليل المسار

يشير تحليل المسار *path analysis* إلى أسلوب إحصائي متعدد المتغيرات *multivariate statistical technique* لاختبار فروض تتعلق بمجموعة من العلاقات بين عدد من المتغيرات الملاحظة *observed variables* (Bollen, 1989; Hoyle & Panter 1995) ويمكن النظر إلى كثير من الأساليب الإحصائية المعروفة كحالات خاصة من تحليل المسار، ومن أهمها تحليل الانحدار وتحليل التباين (Kline, 1998). ونتيجة لهذه العمومية، فقد أنتشر استخدام هذا الأسلوب الإحصائي في مجال العلوم الاجتماعية بصفه عامة وعلم النفس والتربية بصفه خاصة، وأصبح من أهم الأدوات البحثية الإحصائية لاختبار النظريات والتحقق من صحة الفروض المترتبة عليها (Bentler & Dudgeon, 1996).

ينتمي أسلوب تحليل المسار إلى فئة التحليلات الإحصائية التوكيدية، فالخطوة الأولى لبدء التحليل هي توصيف النموذج الذي يريد الباحث التحقق من صحته. ويتضمن توصيف النموذج تحديد واضح للعلاقات التي يفترضها الباحث ويريد التحقق من صحتها كلها في تحليل واحد بما في ذلك المتغيرات الملاحظة والكامنة *observed and latent variables*، وذلك في ضوء إطار نظري واضح يتبناه الباحث. يلي ذلك خطوة التحقق من إمكانية تقدير بارامترات النموذج. وهناك العديد من الطرق التي تستخدم لتقدير تلك البارامترات، منها طريقه المربعات الصغرى المعممة *generalized least square*، والمربعات الصغرى الموزونة *weighed least square*، إلا أن أشهرهم جميعا وأكثرهم شيوعا في الاستخدام هي طريقه الأرجحية العظمى

maximum likelihood. أما الخطوة الأخيرة لتحليل المسار، فهي تقييم النموذج والتي تنطوي على اختبار مدى ملائمة نموذج تحليل المسار المقترح للبيانات الواقعية الملاحظة؛ والتي قد ينتج عنها إعادة توصيف النموذج في حاله انخفاض ملاءمته للبيانات (Bollen & Long, 1993).

أما عن افتراضات النموذج، فتقع في فئتين يجب أن يتوافرا في البيانات المستخدمة مع تحليل المسار؛ الأولى تتعلق بافتراض توزيع البيانات، والثانية تتعلق بافتراض العلاقات بين المتغيرات (Satorra, 1990). يفترض أسلوب تحليل المسار أن المتغيرات في المجتمع تتوزع توزيعاً إعتدالياً متعدد المتغيرات multivariate normal distribution. إلا أن الدراسات الإحصائية المتعلقة بضاعة robustness تحليل المسار، توصلت لعدم حساسيةً لانتهاك هذا الافتراض إذا لم ينتهك بشكل كبير (Bollen, 1989). كذلك يفترض أسلوب تحليل المسار أن الباحث عند توصيفه للنموذج واختباره باستخدام عينه من الأفراد، يعكس بقدر مناسب من الدقة العلاقات بين المتغيرات في مجتمع الدراسة. ويعكس هذا ضرورة وجود بناء نظري محدد ودراسات كافية لتوصيف النموذج بشكل محدد قبل استخدام تحليل المسار، فهو ليس أسلوب لاكتشاف العلاقات بين المتغيرات قدر ما هو أسلوب للتحقق من صحتها (Kline, 1998).

يقوم تحليل المسار على افتراض أساسي قرأه أن مصفوفة التباين covariance matrix للمتغيرات الملاحظة هو دالة لمجموعة من البارامترات. بمعنى أنه إذا كان النموذج المقترض صحيح ونعلم قيم بارامتراته، فإنه يمكن للتوصل لمصفوفة التباين في المجتمع (Bollen, 1989):

$$\Sigma = \Sigma(\theta)$$

حيث تشير Σ إلى مصفوفة التباين للمتغيرات الملاحظة في المجتمع، θ هو متجه

يحتوي بارامترات النموذج، $\Sigma(\theta)$ هي مصفوفة التباين معبر عنها كدالة في بارامترات النموذج.

وفي الممارسات الفعلية، يتم ملائمة النموذج المقترح لمصفوفة التباين المشتقة من العينة، ويتم تقدير بارامترات النموذج بحيث يكون الفرق بين مصفوفة التباين المشتقة من العينة وتلك المشتقة من النموذج أقل ما يمكن (Kline, 1998). والفرق الناتج عن اختلاف المصفوفتين يتم تقديره لتحديد مدى ملائمة البيانات للنموذج. وهذا الفرق كما هو واضح يساوي (صفر) إذا انطبقت المصفوفتان، وكلما كبرت قيمته كلما دل على التباعد بين البيانات الواقعية والنموذج المقترح. ويتم تحويل قيمة هذا الفرق لاحصاءة تتوزع بشكل يقارب توزيع مربع كاي χ^2 عند درجات حرية تساوي الفرق بين عدد البارامترات التي يمكن تقديرها من النموذج وهو بدوره داله لعدد متغيرات النموذج الملاحظة، وعدد البارامترات التي تم تقديرها في النموذج (La Du, Tanaka, 1989).

مؤشرات ملائمة نموذج تحليل المسار للبيانات

هناك عدد من مؤشرات حسن الملائمة $\text{goodness-of-fit indices}$ التي تستخدم لاختبار مدى ملائمة نموذج تحليل المسار المقترح للبيانات الواقعية الملاحظة model-data fit . وهي مؤشرات إحصائية أو وصفية تساعد الباحث في الحكم على تحديد مدى جودة نموذج بنياني مقترح، عن طريق مقارنته بنموذج آخر. عادة ما يسمى النموذج القاعدي baseline model ، أو باختبار التماثل بين مصفوفة التباين/التغاير التي يقترحها النموذج والمصفوفة الناتجة من البيانات الملاحظة (Gadelrab, 2004). وهناك عدد كبير من هذه المؤشرات؛ وقد اقترح هويل وبانتر (Hoyle and Panter, 1995) عدد من مؤشرات الملائمة لاستخدامها في تقييم النماذج المقترحة. كما راجع (Gadelrab, 2004) عدد كبير من هذه المؤشرات من حيث حساسيتها لأخطاء التوصيف ونوع الخطأ وثباتها مع تغيير حجم العينة، واقترحت الدراسة استخدام خمسة مؤشرات أساسية للملائمة. يعرض الباحث فيما يلي نبذة عن هذه المؤشرات حيث أنها هي تلك المؤشرات التي استخدمها الباحث عند اختبار فروض الدراسة:

١- مربع كاي χ^2 : وهو من أشهر مؤشرات الملائمة التي تعرضها كل البرامج الإحصائية. ويعكس هذا المؤشر مدى التباين بين مصفوفة التباين/التغاير الملاحظة من البيانات الفعلية وتلك المصفوفة التي تقترحها العلاقات بين المتغيرات الموجودة في النموذج النظري. ويتميز هذا المؤشر بأنه يمكن اختبار دلالاته الإحصائية. فإذا كانت قيمة مربع كاي لأحد النماذج دالة إحصائياً، كان ذلك مؤشراً على اختلاف النموذج النظري بشكل كبير ومعنوي عن النموذج الفعلي الذي يحدد العلاقات بين المتغيرات. وعلى ذلك فإن القيمة الدالة لهذا المؤشر تعني رفض النموذج المقترح. أو إعادة توصيفه. وعلى العكس، إذا كانت قيمة مربع كاي غير دالة فإن الباحث يقبل النموذج على أنه قد يكون النموذج الصحيح الذي يصف العلاقات بين المتغيرات. ولعل أهم عيوب هذا المؤشر هو تأثيره بحجم العينة المستخدمة. فالعينات ذات الحجم الكبير قد تؤدي لرفض النموذج حتى لو كان نموذج جيد أو قريب من النموذج الحقيقي وحتى لو كان الاختلاف بين النموذج المقترح والبيانات صغير. كذلك قد تؤدي العينات صغيرة الحجم إلى قبول نماذج أقل جودة أو ذات اختلاف كبير نسبياً بينها وبين البيانات الملاحظة. ولعل هذا هو السبب الرئيسي في ظهور مؤشرات الملائمة الأخرى والتي تسمى مؤشرات الملائمة الوصفية (Gadelrab, 2004). وقد اقترح (Bollen, 1989) استخدام النسبة بين قيمة مربع كاي إلى درجات الحرية كمؤشر مشتق للملائمة لحل مشكلة تأثير قيمة مربع كاي بحجم العينة؛ وإذا كانت قيمة هذه النسبة أقل من ٢ دل ذلك على ملائمة معقولة (Bollen, 1989).

٢- مؤشر الملاءمة غير المعياري (Non-Normed Fit Index (NNFI) : ويعتمد هذا المؤشر على مقارنة النموذج الذي يقترحه الباحث بنموذج آخر يسمى النموذج

القاعدي *baseline model* والذي عادة ما يكون النموذج الصفري *null model* وهو النموذج الذي يفترض أن جميع العلاقات بين المتغيرات صفرية وهو بذلك يقارن النموذج الذي يقترحه الباحث بأقل النماذج ملائمة (النموذج الصفري) (Bollen, 1989). وبذلك يعكس هذا المؤشر الملائمة المكتسبة التي نحصل عليها من توصيف النموذج المقترح مقارنة بنقطة صفر الملائمة وهو النموذج الصفري (Gadelrab, 2004). والمعادلة المستخدمة في حساب قيمة هذا المؤشر تعتمد على قيمة مربع كاي:

(Hoyle, & Panter, 1995)

$$NNFI = [(\chi_B^2 / df_B) - (\chi_T^2 / df_T)] / [(\chi_B^2 / df_B) - 1]$$

حيث B تمثل النموذج القاعدي، T تمثل النموذج المقترح، df تمثل درجات الحرية الخاصة بالنموذج القاعدي أو النموذج المقترح.

ولأن هذا المؤشر لا يعتبر احصاء، فإنه لا يمكن اختبار دلالاته الإحصائية. وبدلاً من ذلك هناك درجة قطع تستخدم لتحديد أقل قيمة للمؤشر يمكن عندها قبول ملائمة النموذج. والقيمة المتعارف عليها لقبول النموذج باستخدام مؤشر الملائمة غير المعياري هي ٠,٩٠ (Bentler, 1990). وتشير دراسات حديثة إلى أهمية رفع قيمة القطع عند قبول النماذج (Hu, & Bentler, 1999; Gadelrab, 2004).

٣- مؤشر الملائمة التزايدى **Incremental Fit Index (IFI)** : وهو يشبه المؤشر السابق في أنه يعكس مدى تفوق النموذج الذي يقترحه الباحث في ملاءمته على النموذج القاعدي (الذي عادة ما يكون النموذج الصفري). والمعادلة المستخدمة في حساب قيمة هذا المؤشر هي:

$$IFI = (\chi_B^2 - \chi_T^2) / (\chi_B^2 - df_T) \text{ (Hoyle, & Panter, 1995)}$$

ودرجة القطع المقترحة *cutoff score* لهذا المؤشر هي ٠,٩٠ (Bentler, 1990) ويفضل بعض الباحثين استخدام درجات قطع ذات قيمة أكبر (Hu, & Bentler, 1999; Gadelrab, 2004).

٤- مؤشر الملائمة المقارن **Comparative Fit Index (CFI)** : لأن المؤشرات السابقة قد تخرج عن المدى صفر إلى ١، مما يصعب تفسيرها وإعطائها معنى؛ أقتراح بانتر (Bentler 1990) هذا المؤشر الذي لا تقل قيمته عن صفر ولا تزيد بأي حال عن ١. وما عرض عن المؤشرات السابقة من خصائص ودرجة قطع ينطبق أيضاً على هذا المؤشر. وتستخدم المعادلة الآتية في حساب قيمة مؤشر الملائمة المقارن:

$$CFI = 1 - \max. [(\chi_T^2 - df_T), 0] / \max. [(\chi_T^2 - df_T), (\chi_B^2 - df_B), 0] \text{ (Hoyle, & Panter, 1995)}$$

٥- جذر متوسط مربع الخطأ التقاربي Root Mean Square Error of Approximation :

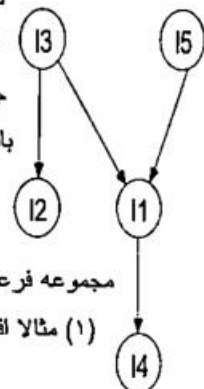
لأن جميع النماذج التي يقترحها الباحث يقصد بها الاقتراب بقدر الإمكان من النموذج الواقعي في المجتمع، بينما لا يوجد نموذج ما مطابق تماما للواقع؛ بمعنى أنه لابد أن يوجد درجة ما من الخطأ في توصيف النموذج. ويُقدر هذا المؤشر هذا الخطأ عن طريق قياس مدى للتناقض discrepancy بين مصفوفة التباين/التغاير التي يمكن تكوينها من البيانات الملاحظة والمصفوفة المستخلصة من النموذج المقترح. وإذا كانت المؤشرات السابقة قد تتأثر قيمتها بحجم النموذج وعدد المتغيرات المكونة له؛ فإن هذا المؤشر يتميز بأنه متحرر من ذلك الأثر. والمعادلة المستخدمة في حساب هذا المؤشر هي:

$$RMSEA = \sqrt{F_0 / df} \text{ (Hu, \& Bentler, 1999)}$$

حيث تشير F_0 إلى أقل قيمة لدالة التناقض minimum discrepancy function والقيمة المقترحة كدرجة قطع لهذا المؤشر هي ٠,٠٧ (Hu, \& Bentler, 1999; Gadêrab, 2004).

استخدام أسلوب تحليل المسار في التحقق من صدق التحليل المعرفي لمصادر الصعوبة اقترح ديمتروف و أوبكوى (Dimitrov \& Obiekwe, 1998) فكره التنظيم الهرمي لمفردات الاختبار طبقا للعمليات المعرفية المطلوبة للإجابة الصحيحة على المفردات للاختبار، والتي استخدمها الباحث في توصيف نموذج تحليل المسار للعلاقات بين المفردات المكونة للاختبار.

بافتراض أن هناك عدد m عملية معرفيه لازمة للإجابة على عدد n مفردة من مفردات اختبار ما، فإننا نستطيع تكوين مصفوفة $n \times m$ تأخذ عناصرها القيمة (١) إذا كانت أحد المفردات I يلزم الإجابة عليها العملية المعرفية K ، وتأخذ القيمة (صفر) إذا كانت المفردة I لا تحتاج العملية المعرفية K للإجابة عليها. وتحمل المفردة I_i درجة أقل في التنظيم الهرمي للمفردات من المفردة I_j إذا كانت العمليات المعرفية اللازمة للإجابة الصحيحة على المفردة I_i تمثل جزء أو مجموعه فرعيه subset من العمليات المعرفية اللازمة للإجابة الصحيحة على المفردة I_j . بمعنى أن الإجابة على المفردة I_j تستلزم جميع العمليات اللازمة للمفردة I_i ، بالإضافة للعمليات المعرفية الخاصة بالمفردة I_j . وباستخدام تلك العلاقات بين المفردات يمكن الوصول لمصفوفة $n \times n$ (حيث n هي عدد مفردات الاختبار) تسمى مصفوفة التنظيم الهرمي للمفردات S ، والتي تأخذ عناصرها القيمة (١) إذا كانت المفردة I_i مجموعه فرعيه من I_j ، وتأخذ القيمة (صفر) في جميع الحالات الأخرى. ويوضح الشكل (١) مثالا افتراضيا للتنظيم الهرمي لخمس مفردات في ضوء أربع عمليات معرفية.



Item	O1	O2	O3	O4	Item	I1	I2	I3	I4	I5
I1	1	0	1	0	I1	0	0	1	0	1
I2	0	1	1	0	I2	0	0	1	0	0
I3	0	0	1	0	I3	0	0	0	0	0
I4	1	0	1	1	I4	1	0	1	0	1
I5	1	0	0	0	I5	0	0	0	0	0

شكل (1) التنظيم الهرمي لخمس مفردات في ضوء أربع عمليات معرفية.

يتضح من الشكل (1) أنه يمكن التعبير عن العلاقات بين المفردات برسم أسهم من مفردة إلى مفردة أخرى، حيث يعنى السهم الموجه من I_i إلى I_j أن المفردة I_i هي مجموع فرعية من I_j . وفي المثال المعروض في الشكل (1)، $I1$ هو مجموع فرعية من $I4$ ، حيث أن العمليات المعرفية اللازمة للإجابة على المفردة $I1$ هما العمليتان الأولى والثالثة، في حين أن العمليتان الأولى والثالثة والرابعة لازمة للإجابة على المفردة $I4$. كذلك يلاحظ من الشكل أن جميع العناصر الخاصة بالعمود الخاص بالمفردة $I2$ تأخذ القيمة صفر، حيث أن العمليات المعرفية اللازمة للإجابة على المفردة $I2$ لا تمثل أي مجموع جزئية من العمليات المعرفية اللازمة للإجابة على أي مفردة أخرى، ولذلك لا يوجد أسهم من $I2$ إلى أي مفردة أخرى.

يلاحظ من الشكل (1) أيضا أن الخمس مفردات قد توزعت في ثلاثة مستويات للصعوبة: المستوى الأول يضم المفردات $I3$ ، $I5$ وهي المفردات التي لم يوجه إليها أي سهم، حيث أن العمليات اللازمة لحلها ليست جزءا من العمليات اللازمة لأي مفردة أخرى؛ ولذلك فإن هذا المستوى هو أعلى المستويات من حيث مستوى صعوبة مفرداته، المستوى الثاني يضم المفردات $I1$ ، $I2$ ، وهي المفردات التي حصلت على سهم واحد على الأقل من مفردات المستوى الأول، أي أن واحدة على الأقل من مفردات المستوى الأول تعتبر عملياتها جزء من مفردات المستوى الثاني. والمستوى الثالث ويضم المفردة $I4$ والتي يتوقع أن تكون أصعب مفردات الاختبار، وهي المفردات التي حصلت على سهم واحد على الأقل من مفردات المستوى الثاني.

ويمكن ترجمة تلك العلاقات بين المفردات في صورة معادلات بنائية ومنها يتم توصيف نموذج تحليل المسار للعلاقات بين المفردات واختبار مدى ملائمة النموذج للبيانات الفعلية لاستجابات عينة المستجيبين على مفردات الاختبار، ويمكن استخدام مؤشرات الملائمة السابقة الذكر لتقييم النموذج. وإذا كانت قيم مؤشرات الملائمة مقبولة، فإن ذلك يعد دليلا على صدق التنظيم الهرمي للمفردات المكونة للاختبار والذي تم بناؤه في ضوء العمليات المعرفية التي يفترض أنها تقع خلف الاستجابة الصحيحة على المفردات. بالإضافة إلى ذلك يمكن عن طريق تقديرات بارامترات النموذج التوصل لمستويات صعوبة المفردات والتي يمكن مقارنتها بمستويات

الصعوبة الفعلية من ناحية، والتحقق من صحة البناء الهرمي للمفردات من ناحية أخرى حيث يتوقع زيادة صعوبة المفردات كلما انتقلنا من أعلى البناء الهرمي (المستوى الأول) - حيث توجد المفردات التي تعتمد على أقل عدد من المكونات المعرفية- إلى أسفل البناء الهرمي (المستوى الأخير) - حيث توجد المفردات التي تتطلب أكبر عدد من العمليات المعرفية. ومن أهم مميزات استخدام أسلوب تحليل المسار أنه يتيح الفرصة للباحث لتعديل النموذج المقترح للعلاقات بين المفردات في حالة ضعف ملائمة النموذج المقترح للبيانات، وبالتالي إعادة النظر في العلاقات بين المفردات أو فسي. العمليات المعرفية التي يفترض وجودها للإجابة على تلك المفردات، وهو ما يمثل الشق الاستكشافي في هذا الأسلوب الإحصائي التوكيدي.

النموذج اللوغاريتمي أحادي البارامتر (نموذج راش)

بدأ راش Rasch البحث في مجال القياس النفسي والتربوي في أواخر الأربعينيات وأوائل الخمسينيات من القرن الماضي، وتوصل لنموذج أسماه النموذج البنائي لمفردات الاختبار structural model for test items والذي يعرف الآن بنموذج راش (van der Linden & Hambleton, 1997) وينتمي نموذج راش لما يعرف بنماذج الاستجابة على المفردة item response theory models، وهو من النماذج اللوغاريتمية الشهيرة والمتواترة الاستخدام، نظرا للمميزات العديدة التي يتمتع بها النموذج والتي من أهمها بساطته واقتصاديته مقارنة بالنماذج الأخرى؛ إلا أن أهم مميزاته هو ما يعرف بالموضوعية الخاصة (de specific objectivity) (Grujtrt & van der Kamp, 1984).

وقد ظهر هذا النموذج نتيجة للانتقادات الموجهة لما يُعرف الآن بنظرية القياس التقليدية والتي سيطرت وما زالت تسيطر على ميدان القياس النفسي والتربوي بصفه عامة وبناء الاختبارات وتفسير درجاتها بصفة خاصة، والتي من أهمها (Hambleton & Swaminthan, 1985; Hambleton, Swaminthan, & Rogers, 1991) :

- اعتماد درجات المستجيبين على الاختبار على مفردات ذلك الاختبار، مما يعني أنه يتم تعريف القدرة في ضوء الاختبار ذاته، ودرجة الفرد المستجيب على الاختبار تعتمد على الاختبار ذاته.
- اعتماد إحصاءات المفردات على عينة الأفراد المستجيبين على الاختبار، مما يجعل تلك الإحصاءات محدودة الاستخدام، فبارامترات المفردة المشتقة باستخدام الطرق التقليدية ليست لها صفة الثبات وتعتمد على عينة الأفراد التي أُشقت منها، حيث تختلف قيمتها باختلاف مجموعة المستجيبين على الاختبار.
- لا تقدم النظرية التقليدية أية تفسيرات تتعلق بكيفية أداء المستجيبين على مفردات الاختبار، مثل هذا التفسير يعد ضروريا إذا أردنا التنبؤ بخصائص الأفراد الحاصلين على درجات معينة، أو عند إعداد اختبارات تتميز بخصائص تناسب مجتمعا ما من الأفراد. فالنظرية التقليدية تركز على الاختبار ككل أكثر من

تركيزها على مفرداته، فالوحدة الأساسية في تلك النظرية هي الاختبار -test-oriented.

- تفترض النظرية التقليدية تساوى أخطاء القياس لدى جميع المستجيبين على الاختبار، في حين أن الأفراد ذوي القدرات المختلفة لا يتم تقدير قدراتهم بنفس مستوى الدقة على الاختبار الواحد.

وتحدد (أمينة كاظم، 1988) متطلبات القياس الموضوعي والتي توفرها نماذج

الاستجابة على المفردة فيما يلي:

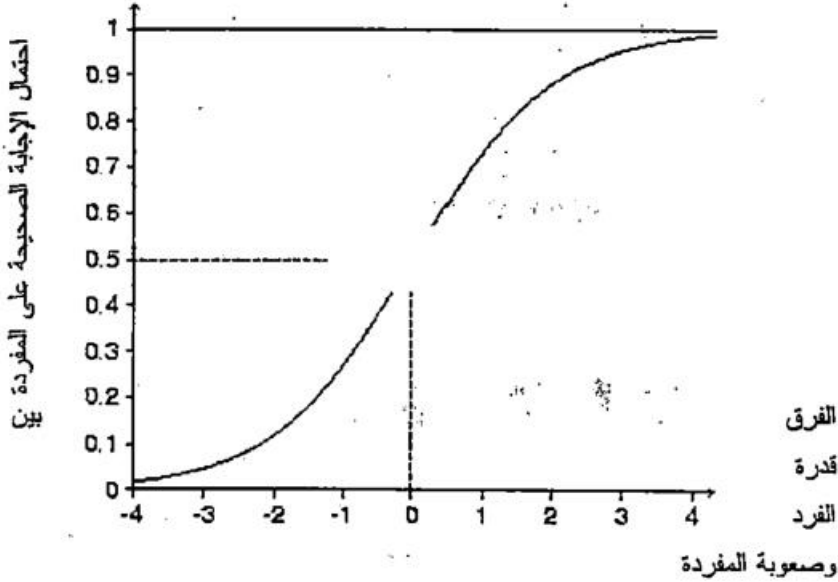
- بنود صادقه يمكنها تعريف المتغير موضوع القياس تعريفا إجرائيا.
- صدق التدرج لهذه البنود، بحيث يمكنها تمثيل هذا المتغير بوساطة خط مستقيم.
- أنماط استجابات صادقه، يمكنها تحديد مواضع الأفراد على متصل المتغير.
- التوافق بين تدرج الأفراد على الاختبار ومميزات البنود، بحيث تؤدي إلى تقديرات لمستويات الأفراد لا تعتمد على اختبار معين، ويمكن استخدامها لوصف ما يتميز به الأفراد بصورة عامة.
- قياسات خطية يمكن استخدامها لدراسة النمو، أو للمقارنة بين المجموعات.

ويمكن إيجاز الفكرة الرئيسية لنماذج الاستجابة على المفردة، في أن هذه النماذج تحاول اشتقاق قياسات أو قسيم تقديريه للسمة أو السمات التي تنطوي عليها مجموعة من الاستجابات لمجموعة من مفردات الاختبار، وهذه القياسات تتميز بخصائص تفسيرية تتخطى حدود المجموع لدرجات الاختبار (صلاح عام، 1999). ونماذج الاستجابة على المفردة تعتبر نماذج أو دوال رياضية، وتتميز هذه الدوال بأنها احتمالية وليست حتمية، بمعنى أن العلاقة التي تهدف تلك النماذج إلى تحقيقها تتحدد وفقا لنظرية الاحتمالات (صلاح عام، 1985).

وقد حاول راش في نموده التوصل لتقدير لبارامترات الفرد والمفردة مستقلة عن بعضها البعض، فعندما يستجيب فرد (V) على مفردة (i) من مفردات الاختبار، تحدث الاستجابة (X_{vi})، ويستحكم في إحداث هذه الاستجابة شرطان أساسيان هما قدرة الفرد (β_v) وصعوبة البند (δ_i)، ويفترض النموذج أن قدرة الفرد وصعوبة البند تمثلان وضعين على متصل متغير واحد يشتركان فيه، لذا فإن الفرق ($\beta_v - \delta_i$) هو الصيغة الأكثر مناسبة، والأكثر طبيعية للعلاقة بينهما. ومن المنطقي إذا زادت قدرة الفرد عن صعوبة البند يكون الاحتمال الأكبر لاستجابة الفرد في هذه الحالة على هذا البند هو الصواب أي تكون (X_{vi}) مساوية (واحد). أما إذا قلت قدرة الفرد عن صعوبة البند يكون الاحتمال الأكبر لاستجابة الفرد في هذه الحالة على هذا البند هو الخطأ أي تكون (X_{vi}) مساوية (صفرًا) (أمينة كاظم، 1988). وكما هو واضح فإن هذه العلاقة أو هذا التفاعل بين قدرة الفرد وصعوبة البند علاقة احتمالية. ويمكن ترجمة ما سبق في صورة صيغة رياضية توضح العلاقة بين احتمال الاستجابة الصحيحة على المفردة وقدرة الفرد وصعوبة

المفردة، وهذه العلاقة هي التي تحدد شكل المنحنى المميز للمفردة الخاص بنموذج راش (شكل ٢)، وتأخذ الصيغة الرياضية للنموذج الشكل الآتي:

وتعد هذه المعادلة الصورة العامة للنموذج، والتي تعطي معنى خاص للموضوعية في نموذج راش والتي تظهر في استقلال بارامتر قدرة الفرد عن البند المستخدم، واستقلال بارامتر صعوبة البند عن الفرد وصعوبة البند بوحدة قياس واحدة تسمى اللوجيت logits (أمينه كاظم، ١٩٨٨).



شكل (٢) المنحنى المميز للمفردة وفقا لنموذج راش

يفترض نموذج راش أن هناك قدرة رئيسة واحدة مسؤولة عن أداء المستجيبين على الاختبار، ويسمى هذا الافتراض أحادية البعد unidimensionality، كما يفترض النموذج أن كل المفردات المكونة للاختبار لها معامل تمييز متقارب، ويعني ذلك أن جميع المنحنيات المميزة للمفردات (شكل ٢) لها نفس الميل. أي أن جميع المفردات لها قوة تمييز متساوية بين مرتفعي ومنخفضي القدرة من المستجيبين على الاختبار. ويفترض النموذج كذلك أن المستجيبين على الاختبار لا يستخدمون درجة عالية من التخمين عند استجاباتهم.

يتم تقدير بارامترات قدرة الفرد وصعوبة المفردة في نموذج راش بطرق عديدة، من أشهرها الطرق المعتمدة على الأرجحية العظمى maximum likelihood estimation ومنها طرق الأرجحية العظمى غير المشروطة unconditional maximum likelihood estimation، والأرجحية العظمى الجانبية marginal estimation. وفيما يتعلق بملاتمة البيانات لنموذج راش، فأنها تعني أن تقديرات القدرة المشتقة من مجموعات مختلفة من المفردات تكون متكافئة، وكذلك تقديرات الصعوبة المشتقة باستخدام مجموعات مختلفة من الأفراد تكون

متكافئة. وكما أن هناك عدة طرق لتقدير البارامترات، هناك أيضا عدة إحصاءات تستخدم لتقدير ملائمة المفردات، ومن هذه الإحصاءات نسبة الترجيح likelihood ratio والتي تتوزع توزيعا يقارب توزيع مربع كاي إذا كان حجم العينة كبيرا بدرجة كافية. ويتم حساب تلك الإحصاءة بتقسيم متصل تدريج القدرة لعدة مجموعات متتالية يتم تحديدها طبقا للدرجة الكلية على الاختبار وفي كل مجموعة يتم مقارنة عدد الأفراد المتوقع أن يجيب على المفردة إجابة صحيحة في ضوء تقديرات القدرة الخاصة بهم بعدد الأفراد الفعلي الذي أجاب إجابة صحيحة على المفردة، ويتم حساب الإحصاءة وتُقارن قيمتها بالقيمة الحرجة لمربع كاي عند درجات حرية تساوى عدد المجموعات التي تم تقسيمها، والقيم الدالة إحصائيا تعنى عدم ملائمة المفردة (van der Linden & Hambleton, 1997).

مشكلة الدراسة

تعتمد الطرق التقليدية في تحديد صعوبة المفردات على تطبيق المفردات استطلاعيا على عينة من الأفراد، التي يفترض أنها تمثل المجتمع الذي بُنى الاختبار لقياس أحد خصائصه، ثم حساب معاملات صعوبة المفردات عن طريق مؤشر يسمى معامل الصعوبة وفقا لعدد الأفراد الذين استجابوا على المفردة استجابة صحيحة، دون الربط بين تباين مستويات صعوبة المفردات وتنوع العمليات النفسية و المعرفية التي تقع خلف الاستجابة على تلك المفردات، بالرغم من أن استجابة الأفراد على المفردات هو ناتج للبنية المعرفية للمفردة. بمعنى أن الطرق التقليدية في تحليل صعوبة مفردات الاختبار لا تقدم أي معلومات تتعلق بكيفية أداء المستجيبين على مفردات الاختبار وتباين صعوبة المفردات، مثل هذه المعلومات تعد ضرورية جدا لتفسير نتائج المستجيبين على الاختبار واتخاذ قرارات تتعلق بهم والتي تعد الهدف الأساسي من عملية التقويم بصفة عامة. وإذا كانت هذه المعلومات في غاية الأهمية لتفسير نتائج الاختبارات بصفة عامة، فأنها تصبح أكثر أهمية إذا كان الغرض من الاختبار تشخيصي.

و في مجال التربية يُعد التقويم التشخيصي واحد من أهم أنواع التقويم والذي يهدف إلى اكتشاف نواحي القوة والضعف في تحصيل المتعلم، وتحديد أسباب صعوبات التعلم التي يواجهها المتعلم حتى يمكن القيام بعلاج هذه الصعوبات، فيما يعرف بالتدريس العلاجي. ولا يخفى علينا أن أهمية التقويم التشخيصي في مجال علم النفس، لا تقل عن أهميته في مجال التربية، وما يترتب على ذلك من ضرورة توافر اختبارات تشخيصية على درجة عالية من الصدق. وتفيد دراسة صدق التحليل المعرفي للمفردات مجال التقويم التشخيصي بصفة خاصة، فعلى سبيل المثال يتضح من شكل (١) أن الفرد الذي يخفق في الإجابة على المفردة (٣) يتم تشخيصه على أنه لا يمتلك العملية المعرفية رقم (٣)، لأن هذه العملية المعرفية ضرورية للإجابة على هذا السؤال، في حين أن الفرد الذي يخفق في الإجابة على السؤال (١) وينجح في الإجابة على السؤالين (٣)، (٥) معا، فإن تشخيص الصعوبة لديه قد تكون في عدم قدرته على استخدام العمليتين المعرفيتين (١)، (٣) معا. وقد يتأكد ذلك التفسير إذا أخفق الفرد في الإجابة الصحيحة على المفردة رقم (٤)، والتي

تتطلب عمليات معرفية تزيد عن ما تحتاجه المفردة رقم (1). ولا نستطيع أن نصل لمثل هذه الدرجة من الدقة في التشخيص إلا إذا كانت لدينا أدلة على صدق البناء الهرمي للعلاقة بين المفردات المكونة للاختبار التشخيصي.

بالإضافة إلى ذلك، تعتمد قيم معاملات الصعوبة المشتقة من الطرق التقليدية على عينة الأفراد المستجيبين، الأمر الذي يجعل استخدام معاملات الصعوبة المشتقة بهذه الطريقة محدود، حيث تختلف قيم معاملات الصعوبة باختلاف متوسط ومدى قدرة أفراد المجموعة المستخدمة في اشتقاق تلك المعاملات (صلاح علام، 1987). وقد توصلت العديد من الدراسات (Snow & Lohman, 1984; Kyllonen, Lohman, & Woltz, 1984; Mislevy & Verhlest, 1986) إلى أن المستجيبين على الاختبارات يتبنون استراتيجيات مختلفة في الاستجابة على مفردات الاختبار، مما يدعونا إلى الانتقال من تحليل مفردات الاختبار الذي يقدم مجرد مؤشر لصعوبة المفردات إلى تحليل مفردات الاختبار الذي يأخذ في الاعتبار البناء النفسي والمعرفي لمفردات الاختبار.

استخدمت الدراسات السابقة نماذج متعددة في التنبؤ بصعوبة مفردات الاختبار باستخدام العمليات والمهام المعرفية التي يفترض أنها تقع خلف الاستجابة الصحيحة على المفردة، وذلك بغرض التحقق من صدق تلك المكونات المعرفية المفترض تواجدها؛ ومن هذه النماذج نموذج الانحدار الخطي المتعدد (Drum, Calfee, & Cook, 1981) و نماذج الشبكات العصبية الصناعية (Perkins, artificial neural network models, Gupta, & Tammana, 1995)، إلا أن نماذج نظريه الاستجابة للمفردة الأحادية البعد والمتعددة الأبعاد (unidimensional and multidimensional item response theory models, Embretson, 1984, 1991, 1995, 2000; Fischer, 1983; Spada & Kluwe, 1980; Spada & McGaw, 1985) تحتل موقع الصدارة في تطبيقاتها في إطار مصادر صعوبة المفردات. وفي هذا السياق، يعد النموذج الخطي اللوغاريتمي للاختبار لفيشر (Linear Logistic Test Model (LLTM; Fischer, 1973; 1983) من أهم نماذج نظريه الاستجابة للمفردة وأكثرها شيوعا في تقدير صعوبات مفردات الاختبارات في ضوء متطلباتها المعرفية. وقد توصلت بعض الدراسات الاحصائية لحسابية هذا النموذج الشديدة لأخطاء التوصيف (specification errors) (Baker, 1993)، مما يقلل من صدق استخدامه في أغراض تحليل مصادر صعوبة مفردات الاختبار. من جهة أخرى، بالرغم من أهميه تلك المنهجية في المساعدة على إمكانية التنبؤ بصعوبة المفردة، إلا أنها لا تأخذ في الاعتبار العلاقات السببية بين مستوى تعقيد المكونات أو المتطلبات المعرفية اللازمة للاستجابة على مفردات الاختبار من ناحية ومستوى صعوبة تلك المفردات من ناحية أخرى. فجميع الدراسات السابقة اعتمدت على العلاقة بين الخصائص المعرفية للمفردات وبارامتر صعوبة المفردة، ولكن دون تناول للعلاقة السببية.

ويعكس توافق مثل هذه العلاقة السببية دليلاً على صدق الاختبار ويرتبط بصفة خاصة بصدق التكوين الفرضي أو صدق المفهوم والذي يعتبره بعض العلماء من أهم أدلة صدق الاختبارات، بل ويعتبره البعض مفهوماً شاملاً للصدق يضم في طياته أدلة الصدق الأخرى (Byrne & Campbell, 1999). وتقدم الدراسة الحالية منهجية لاختبار صدق التكوين الفرضي للاختبارات وذلك باختبار صحة النظرية المعرفية التي بُنى الاختبار في ضوءها باستخدام تحليل المسار. والتحقق من صدق تحليل مصادر صعوبة المفردة باستخدام نموذج راش.

أهداف الدراسة

يمكن صياغة أهداف الدراسة الحالية في النقاط الآتية:

- 1- الربط بين المتطلبات المعرفية للإجابة الصحيحة على مفردات الاختبار، ومستوى الصعوبة كما يظهر عند استجابة الطلاب الفعلية على الاختبار.
- 2- التحقق من صدق العلاقة السببية بين المتطلبات المعرفية للاستجابة الصحيحة على مفردات الاختبار من ناحية، وصعوبة تلك المفردات من ناحية أخرى.
- 3- التحقق من صدق المستويات المختلفة التي تتوزع عليها المفردات في علاقتها ببعضها وفقاً للبنية الهرمي للعلاقات بين مفردات الاختبار، باستخدام تقديرات بارامترات صعوبة مفردات الاختبار كما تم تقديرها من البيانات الفعلية باستخدام نموذج راش.
- 4- عرض الأسس المنهجية لاستخدام أسلوب تحليل المسار، ونموذج راش اللوغاريتمي في تحليل العلاقات السببية بين المتطلبات والمهام المعرفية من جهة وصعوبة مفردات الاختبار من جهة أخرى. واستخدام تلك المنهجية في التحقق من صدق الاختبارات بصفة عامة، والاختبارات المستخدمة لأغراض تشخيصية بصفة خاصة.

أهمية الدراسة

تحاول الدراسة الحالية إلقاء الضوء على العلاقة بين صعوبة مفردات الاختبار من ناحية والعمليات المعرفية التي تستلزمها الإجابة الصحيحة على تلك المفردات. تفيد تلك الدراسة المتخصصين في إعداد الاختبارات في تطوير إعداد الاختبارات وبنائها بصفة عامة، وفي تحليل واختيار مفردات الاختبارات بصفة خاصة، حيث تزود معد الاختبار بمعلومات تمكنه من التنبؤ بصعوبة مفردات الاختبار مسبقاً قبل تطبيق الاختبار، وبالتالي التحكم في بناء مفردات ذات مستوى صعوبة وخصائص معرفية محددة، لتتناسب الغرض من الاختبار وقدرات المستجيبين على الاختبار، مما يؤدي للتوصل لأفضل وأدق تقدير لقدرات الأفراد، والتوصل لمعلومات أدق عن المستجيبين على الاختبار، وتحقيق الهدف من القياس بشكل أفضل. كما يفيد التحقق من صدق العمليات المعرفية التي تقع خلف الاستجابة على مفردات الاختبار في تقدير الأوزان النسبية المختلفة لمفردات الاختبار وفقاً لمدى تعقد العمليات والمهام المعرفية التي تستلزمها المفردات المختلفة، ويمكن استخدام تلك الأوزان في حساب درجات الأفراد على الاختبار، وبالتالي تقدير

قدرة الفرد بصورة أكثر صدقا. بالإضافة إلى ذلك، تعرض الدراسة الأسس المنهجية لاستخدام أسلوب تحليل المسار في التحليل المعرفي لمفردات الاختبار، مما يساعد الباحثين في استخدام تلك المنهجية وتطبيقها في مجالات أخرى، والتي من أهمها التحقق من صدق التكوين الفرضي للاختبار بصفة عامة والاختبارات التحصيلية المستخدمة لأغراض تشخيصية بصفة خاصة.

فروض الدراسة

تتحقق الدراسة من صحة الفروض الآتية:

- ١- توجد ملائمة احصائية بين النموذج المقترح للعلاقات بين مفردات الاختبار، والذي تم توصيفه في ضوء المتطلبات المعرفية اللازمة للإجابة الصحيحة على مفرداته؛ والبيانات المستمدة من الطلاب المستجيبين على الاختبار.
- ٢- يمكن تفسير تباين مستويات الصعوبة للمفردات المكونة للاختبار كما تم تقديرها باستخدام نموذج راش وفقا لموقعها في التنظيم الهرمي للمفردات وما تتطلبه تلك المفردات من مكونات معرفية.
- ٣- تُميز تقديرات بارامتر صعوبة مفردات الاختبار كما تم تقديرها باستخدام نموذج راش، بشكل دالٍ إحصائيا بين المستويات المختلفة التي تتوزع عليها مفردات الاختبار وفقا للبناء الهرمي للعلاقات بين مفردات الاختبار.

منهج الدراسة

أداة الدراسة

قام الباحث ببناء اختبار تحصيلي في مادة الجبر يتكون من ٢٥ مفردة تقيس حل المعادلات الخطية في مجهول واحد (أنظر ملحق الدراسة)، حيث تُحدد تعليمات الاختبار أن يحل الطالب المعادلات للوصول لقيمة المتغير (س)، مع توضيح خطوات الحل تحت كل مسألة لتجنب التخمين على مفردات الاختبار. إذا أجاب الطالب على المفردة إجابة صحيحة يحصل على (واحد) أما إذا أجاب عليها إجابة خاطئة يحصل على (صفر). وتستخدم الدرجات المشتقة من الاختبار بغرض تشخيص صعوبات التعلم في حل المعادلات الخطية في مجهول واحد، حيث أن الهدف من الاختبار تحديد مصادر الصعوبة التي يعاني منها الطلاب الذين يفشلون في الإجابة على واحدة أو أكثر من مفردات الاختبار.

لبناء الاختبار التحصيلي، قام الباحث بحصر جميع أشكال المعادلات الخطية التي يدرسها طلاب المرحلة الإعدادية، كما قام بمراجعة أهداف تدريس جبر المعادلات الخطية في المرحلة الإعدادية، ثم قام الباحث بتحديد مجموعة من المكونات المعرفية اللازمة لحل المعادلات الخطية خلاصتها باختلاف أنواعها في ضوء الدراسات السابقة (Cf: Medina-Diaz, 1993; Dimitrov & Obiekwe, 1998). تم عرض تلك المكونات على اثنان من أساتذة مناهج وطرق تدريس الرياضيات بكلية التربية جامعة المنصورة واثنان من موجهي الرياضيات بمديرية التربية والتعليم بالمنصورة، وفي ضوء المناقشات التي تمت بين الباحث والمختصين في مناهج

وطرق تدريس الرياضيات انتهى الباحث لعدد من المكونات المعرفية (١٢ مكون) تم في ضوءها بناء مفردات الاختبار (ملحق الدراسة) بحيث تتباين فيما بينها في عدد ونوع المكونات التي تتطلبها الإجابة الصحيحة على تلك المفردات. ويعرض الباحث فيما يلي المكونات التي تم التوصل إليها والتي يُفترض نظريا تفسيرها لتباين أداء الطلاب في الإجابة على مفردات اختبار، وبالتالي تفسير تباين صعوبة مفردات الاختبار.

١- حل معادلة في مجهول واحد، وتتضمن القواعد الآتية

١- حل المعادلة الخطية على الصورة: $أس = ب، حيث أ، ب$ أي عددين صحيحين موجبين

$$\text{مثل: } ٦س = ٢٠، \text{ إذن } س = ٦/٢٠$$

٢- حل المعادلة الخطية على الصورة: $أس = ب، حيث أ، ب$ أي عددين صحيحين أحدهما موجب والآخر سالب

$$\text{مثل: } ٦س - ٢٠ = ٠، \text{ إذن } س = ٦/٢٠$$

٣- حل المعادلة الخطية على الصورة: $أس = ج ب، حيث ج$ أي عدد صحيح موجب، $أ، ب$ أي متغيرين آخرين

$$\text{مثل: } أس = ٢٠ ب، \text{ إذن } س = ٢٠ ب / أ$$

٤- حل المعادلة الخطية على الصورة: $أس = ج ب + د، حيث أ، ج، د$ أي أعداد صحيحة موجبة، $ب$ أي متغير آخر

$$\text{مثل: } س٥ = ٢٠ ب + ٣، \text{ إذن } س = (٢٠ ب + ٣) / ٥$$

٢- التجميع

٥- تجميع الأرقام

$$\text{مثل: } ٢س = ٥ - ١٠، \text{ إذن } ٢س = -٥$$

٦- تجميع حدين جبريين متشابهين

$$\text{مثل: } ٢س - ٥س = ١٠ - ١٠، \text{ إذن } -٣س = ٠$$

٧- تجميع أكثر من حدين جبريين متشابهين

$$\text{مثل: } ٢س - ٥س + ٣س = ١٠ - ١٠، \text{ إذن } ٠س = ٠$$

٣- الاقتران

٨- نقل الحدود (الأرقام) المتشابهة لأحد طرفي المعادلة عبر علامة التساوي

$$\text{مثل: } ٥ + ٢س = ٣، \text{ إذن } ٢س = ٣ - ٥$$

٤- إزالة الأقواس

٩- إزالة الأقواس في المعادلات الخطية على الصورة: $أ(ب.س + ج) = د، حيث أ$ عدد صحيح موجب، $ب، ج، د$ أي أعداد صحيحة موجبة أو سالبة

$$\text{مثل: } ٥(٢س + ٣) = ١٠، \text{ إذن } ١٠س + ١٥ = ١٠$$

- ٥- الاحتفاظ بقيم تقديرات بارامتر صعوبة المفردات المشتقة من نموذج راش وذلك لاستخدامها في التحليلات اللاحقة الخاصة باختبار صحة فروض الدراسة المتعلقة بالعلاقة بين المكونات المعرفية وصعوبة المفردات.
- ٦- إعداد مصفوفة المفردات / المكونات المعرفية في ضوء المكونات الإثنى عشره التي تفسر نظريا تباين أداء الأفراد على المفردات المختلفة، وتأخذ عناصر المصفوفة إما القيمة (١) أو القيمة (صفر)، طبقا لمدى توافر/عدم توافر أحد المكونات المعرفية كمتطلب للاستجابة الصحيحة على المفردة.
- ٧- إعداد مصفوفة التنظيم الهرمي للمفردات، والتي تحدد العلاقات بين مفردات الاختبار، وتأخذ عناصرها القيمة (١) إذا كانت المفردة I_i مجموعة فرعية من I_j ، وتأخذ القيمة (صفر) في جميع الحالات الأخرى، كما تم شرحه فيما سبق.
- ٨- توصيف نموذج تحليل المسار المقترح، وذلك في ضوء البناء الهرمي للعلاقات بين مفردات الاختبار باستخدام مصفوفة التنظيم الهرمي للمفردات.
- ٩- التحقق من ملائمة نموذج تحليل المسار المقترح للبيانات، وذلك باستخدام برنامج أموس 5.0 (Arbuckle, 2003). وتقدير بارامترات النموذج باستخدام طريقة الأرجحية العظمى (ML) maximum likelihood، وفحص ملائمة البيانات للنموذج باستخدام مؤشرات الملائمة الخمس السابق عرضهم (Hoyle, & Panter, 1995): مربع كاي χ^2 ، نسبة مربع كاي لدرجات الحرية، مؤشر الملائمة غير المعياري NNFI، مؤشر الملائمة الترايدي IFI، مؤشر الملائمة المقارن CFI، وجذر متوسط مربع الخطأ التقاربي RMSEA.
- ١٠- التحقق من تزايد مستوى صعوبة المفردات وفقا لموقعها في التنظيم الهرمي وما تتطلبه تلك المفردات من عمليات معرفية.
- ١١- استخدام التحليل التمييزي Discriminant Function Analysis باستخدام برنامج SPSS 13.0 (2004)، في التنبؤ بالمستويات المختلفة التي تتوزع عليها مفردات الاختبار وفقا للبناء الهرمي للعلاقات بين مفردات الاختبار باستخدام تقديرات بارامتر صعوبة مفردات الاختبار كما تم تقديرها باستخدام نموذج راش.

نتائج الدراسة ومناقشتها

النتائج الخاصة بنموذج راش

النتائج الخاصة بملائمة البيانات لافتراضات لنموذج راش

قام الباحث بحساب مصفوفة معاملات الارتباط الرباعي بين مفردات الاختبار وذلك لتحليل مكوناتها باستخدام التحليل العاملي الاستكشافي والتأكد من توافر افتراض أحادية البعد unidimensionality في المفردات، ووجود عامل واحد أساسي تتشعب عليه مفردات الاختبار، كما قام بحساب معاملات الارتباط الثنائي بين كل مفردة من مفردات الاختبار والدرجة الكلية على

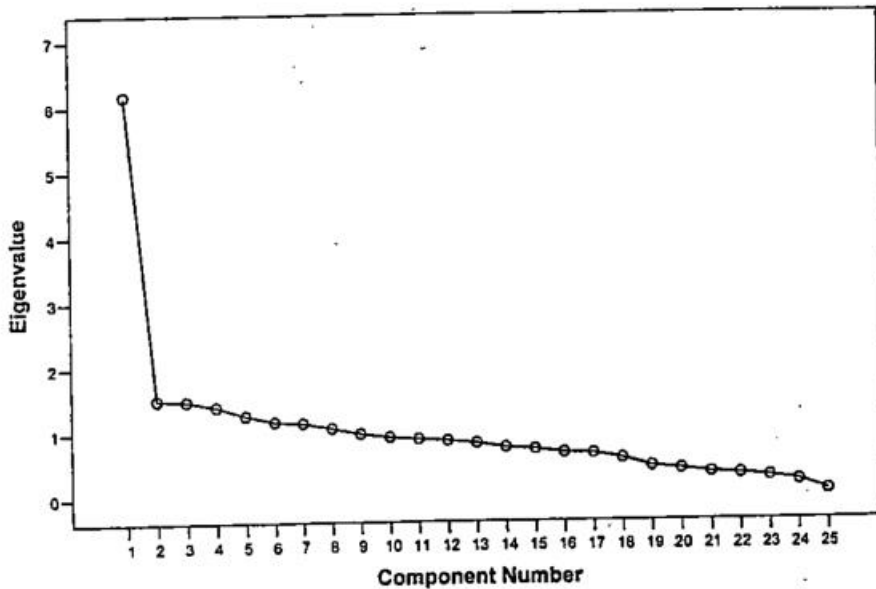
الاختبار للتحقق من افتراض تقارب قوة تمييز مفرداته (Hambleton, Swaminthan, & Rogers, 1991).

ويعرض جدول (١) قيم تشبعات مفردات الاختبار على العوامل الثلاثة التي توصل لها التحليل العاملي مرتبة حسب قيم تشبعها بالعامل الأول وكذلك قيم معاملات الارتباط الثنائي لكل مفردة، كما يعرض شكل (٣) العلاقة البيانية بين العوامل وقيمة الجذور الكامنة eigen value المقابلة.

جدول (1) قيم معاملات الارتباط الثنائي و تشعبات مفردات الاختبار على العوامل الثلاثة التي توصل لها التحليل العاملي (ن=338)

معامل الارتباط الثنائي	العامل			المفردات
	٣	٢	١	
٠,٣٨٣	٠,٠٧٩	٠,٢٥٢-	٠,٦٢٠	٢١
٠,٤٢٨	٠,٢٧٠	٠,١١٤	٠,٥٨٦	٤
٠,٣٠٩	٠,٢٨٤	٠,٠٠٤	٠,٥٨٣	١٦
٠,٤٣٧	٠,٢١٠-	٠,١٣٨-	٠,٥٨٢	١
٠,٣٩٠	٠,١٤٨-	٠,٠١٧	٠,٥٧٥	٢٣
٠,٤٢٠	٠,٣٦٨-	٠,٠٠١-	٠,٥٤٠	١٤
٠,٣٦٥	٠,٠٩٣-	٠,٢٣٤	٠,٥٣٩	٩
٠,٣٣١	٠,١٢٨	٠,٢٢١-	٠,٥٣٤	١١
٠,٤٤٢	٠,١٥٦	٠,٠٢٩-	٠,٥٢٥	١٠
٠,٤٣٥	٠,٢١٧-	٠,٣٠٣-	٠,٥١٨	٦
٠,٤١٣	٠,٢٠٦-	٠,٠٧٢	٠,٥١٢	٢
٠,٣٢١	٠,٤١٦-	٠,٠٧٤-	٠,٤٩٥	٢٠
٠,٣٨٤	٠,٢٠٣	٠,٠٢٥-	٠,٤٨٦	٥
٠,٤٤٢	٠,٢٧٥-	٠,٢٠٢	٠,٤٨٢	١٨
٠,٣٣٩	٠,٠٠٤-	٠,٣٤٤	٠,٤٦٣	٢٤
٠,٤٨٣	٠,٣٧١	٠,٠٢٧-	٠,٤٥٣	١٩
٠,٣٧٤	٠,٠١٠-	٠,٢٥٥	٠,٤٥٣	٨
٠,٤٠٥	٠,١٢٦	٠,٣٢٩-	٠,٤٥٢	١٧
٠,٣٦٨	٠,٢٠٦	٠,١٥٨	٠,٤٤٨	٣
٠,٤٠٤	٠,٠٥٥-	٠,٢٣٧-	٠,٤٣٨	١٣
٠,٥٠٩	٠,٢٦٢	٠,٤٠٣-	٠,٤٣٨	٢٥
٠,٢٧٢	٠,٠٨٣	٠,٢٤٩-	٠,٤٣٧	٧
٠,٤٦١	٠,٠٨٨	٠,٥٥٢	٠,٤١٩	١٥
٠,٣٩٥	٠,٣٣٧	٠,٤٨٣	٠,٣٣٥	١٢
٠,٣٦٣	٠,٥٤٤-	٠,١٣٩	٠,٣٨٣	٢٢
	٥,٤٩	٦,٠٢	٢٤,٦٥	نسبة التباين العاملي

Scree Plot



شكل (٣) العلاقة البيانية بين العوامل وقيمة الجذور الكامنة المقابلة

ويتضح من جدول (١) تشبع جميع مفردات الاختبار بالعامل الأول حيث ترواحت قيم تشبعات المفردات من ٠,٦٢٠ إلى ٠,٣٨٣ ، وقد استخلص العامل الأول بمفرده ما يقرب من ربع تباين مفردات الاختبار (٢٤,٦٥%) ، مقابل (٦,٠٢%) فقط للعامل الثاني. كما يتضح من شكل (٣) التباين الواضح بين قيمة الجذر الكامن الخاص بالعامل الأول، مقارنة بالعوامل التالية، حيث كانت قيمة الجذر الكامن للعامل الأول حوالي أربعة أضعاف قيمة الجذر الكامن الخاص بالعامل الثاني، كما اقتربت قيمة الجذور الكامنة لجميع العوامل التي تلي العامل الأول، مما يؤكد وجود عامل رئيسي تشبع عليه مفردات الاختبار (Preacher & MacCallum, 2003).

ويتضح من جدول (١) أيضا ارتفاع قيم معاملات الارتباط الثنائي بين مفردات الاختبار والدرجة الكلية على الاختبار، حيث ترواحت معاملات الارتباط الثنائي بين (٠,٢٧٢، المفردة ٧) إلى (٠,٥٠٩، المفردة ٢٥) وهو مؤشر على قوة تمييز مفردات الاختبار. كما يتضح من الجدول تجانس قيم معاملات الارتباط الثنائي، حيث ترواحت قيم معاملات الارتباط الثنائي حول متوسطها (٠,٣٩٥) بانحراف معياري منخفض جدا (٠,٠٥٥). وبذلك يمكننا القول بتحقيق افتراضات نموذج راسخ في البيانات الخاصة بمفردات الاختبار، وبالتالي يمكن استخدامه في تدريج مفردات الاختبار والحصول على معاملات صعوبتها.

النتائج الخاصة بتقديرات معاملات صعوبة المفردات باستخدام نموذج راش

قام الباحث بتقدير بارامترات صعوبة مفردات الاختبار باستخدام برنامج راسكال RASCAL 3.5 (Assessment Systems Corporation, 1995). ويقوم البرنامج بتدريج مفردات الاختبار وتقدير صعوبتها باستخدام طريقة الأرجحية العظمى غير المشروطة unconditional maximum likelihood calibration method. كما يقوم البرنامج بحساب مؤشر مربع كاي لملائمة مفردات الاختبار للنموذج.

ويعرض جدول (٢) قيم تقديرات الصعوبة لمفردات الاختبار كما تم تقديرها باستخدام برنامج RASCAL والأخطاء المعيارية للتقديرات، وكذلك قيم مربع كاي ودرجات الحرية المرتبطة به كمؤشر لملائمة المفردات للنموذج. كما يعرض الشكلان (٤)، (٥) على الترتيب، توزيع صعوبات المفردات المكونة للاختبار في مقابل قدرات الأفراد المستجيبين على الاختبار كما تم تقديرها بوحدة اللوجيت، والمنحنى المميز للاختبار ومنحنى معلومات الاختبار test information function.

جدول (٢) قيم تقديرات الصعوبة لمفردات الاختبار والأخطاء المعيارية للتقديرات، وكذلك قيم مؤشر ملائمة المفردات للمودج رانش باستخدام مربع كاي

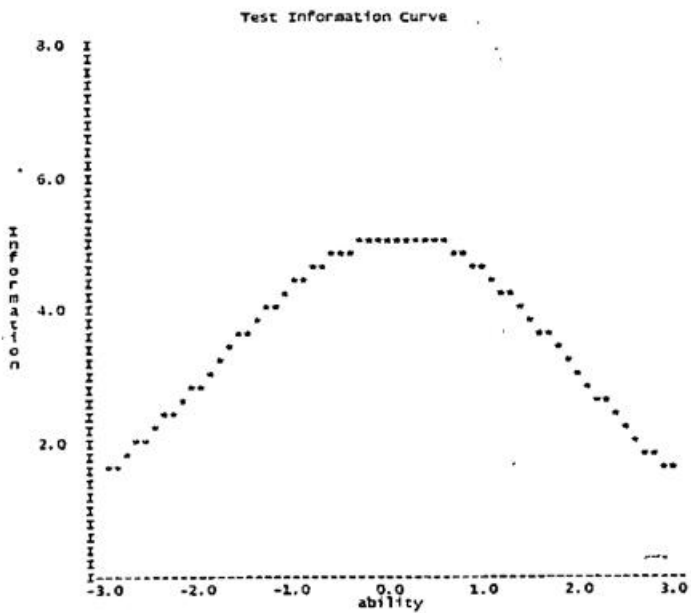
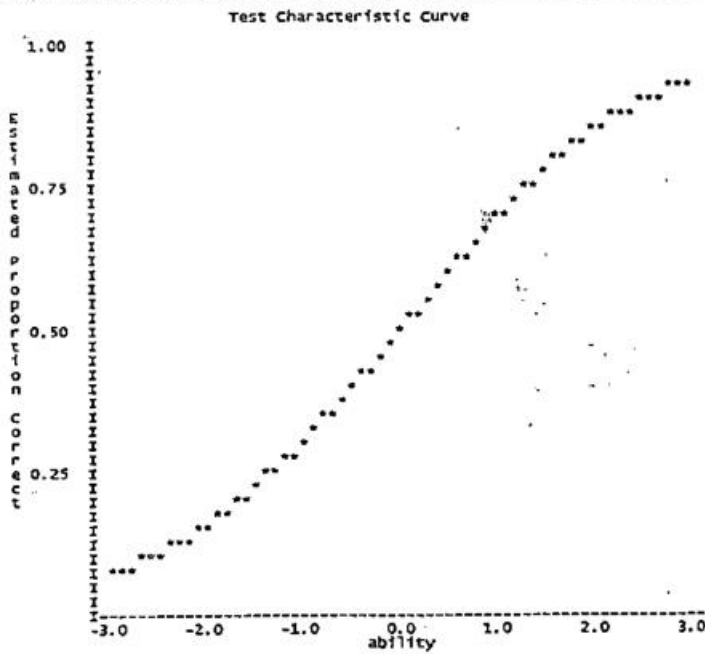
المفردة	الصعوبة باللوجيت	الخطأ المعياري	قيمة كاي تربيع	درجات الحرية
١	١,٦٧٣-	٠,١٦٣	١١,٩٥٨	١٦
٢	٠,١٤١-	٠,١٢٣	١٦,٨٩٦	١٦
٣	١,٧٢٧-	٠,١٦٥	١٠,٦٥٢	١٦
٤	١,٠٥١-	٠,١٤٠	٢٥,١٥٣	١٦
٥	٠,٦٦٢-	٠,١٣٠	٢٢,٣٥٥	١٦
٦	٠,٨١٥	٠,١٢٢	١١,٥١٠	١٦
٧	٠,٥٦٥-	٠,١٢٩	١٥,٨٢١	١٦
٨	١,٥٢١-	٠,١٥٦	٥,٩٦٣	١٦
٩	٠,١٨٥-	٠,١٢٣	٢٠,١٨٧	١٦
١٠	٠,٠٩٨-	٠,١٢٢	٧,٠٧٥	١٦
١١	١,٥٠٨	٠,١٣٢	١٥,١٢٧	١٦
١٢	٠,٢٤١	٠,١٢٠	٢٤,٤٧٠	١٦
١٣	٠,٥٢٣	٠,١٢٠	١٨,٠٨١	١٦
١٤	٠,٠٤٥	٠,١٢١	١٩,٤٠٢	١٦
١٥	٠,٧٩٧-	٠,١٣٣	١٩,٣٧٨	١٦
١٦	٠,٤٦٣	٠,١٢٠	١٥,٤٦١	١٦
١٧	١,١٣٩	٠,١٢٥	٢٤,٢٧٥	١٦
١٨	٠,٦١٦	٠,١٢١	١٨,٢٥٣	١٦
١٩	١,٤٠٨	٠,١٣٠	١٣,٩٣٧	١٦
٢٠	١,٢٠٠	٠,١٢٦	٢٥,٧٨١	١٦
٢١	٠,٨٤٣	٠,١٢٢	٢٠,٠٨٦	١٦
٢٢	١,٧٨٣-	٠,١٦٨	٦٤,٢٢٣	١٦
٢٣	١,٠٧٨	٠,١٢٥	٥,٢٤٥	١٦
٢٤	٠,٨٠٠	٠,١٢٢	١٦,٣٤٨	١٦
٢٥	٠,٤٨٦-	٠,١٢٧	١٣,٢٥٣	١٦

القيمة الحرجة لمربع كاي (د.ح. = ١٦، ٠.٠١) = ٣١,٩٩

ITEMS	PERSONS	Items /	People
	-4.0	0 /	0
	-3.8	0 /	0
	-3.6	0 /	0
	-3.4	0 /	0
	-3.2	0 /	0
	-3.0	0 /	0
	-2.8	0 /	0
	-2.6	0 /	0
	-2.4	0 /	2
	-2.2	0 /	0
	-2.0	0 /	5
#####	-1.8	2 /	0
#####	-1.6	2 /	4
	-1.4	0 /	5
####	-1.2	0 /	12
####	-1.0	1 /	11
####	-0.8	1 /	0
#####	-0.6	2 /	19
####	-0.4	1 /	15
#####	-0.2	2 /	29
#####	0.0	2 /	18
####	0.2	1 /	21
####	0.4	1 /	34
#####	0.6	2 /	25
#####	0.8	3 /	31
#####	1.0	1 /	23
#####	1.2	2 /	22
####	1.4	1 /	17
####	1.6	1 /	18
	1.8	0 /	0
	2.0	0 /	7
	2.2	0 /	0
	2.4	0 /	12
	2.6	0 /	0
	2.8	0 /	8
	3.0	0 /	0
	3.2	0 /	0
	3.4	0 /	0
	3.6	0 /	0
	3.8	0 /	0
	4.0	0 /	0

Summary Information: Average Difficulty 0.00 S.D. Difficulty 1.02 Average ability 0.40 S.D. ability 1.04
(Theta Metric)

شكل (4) توزيع صعوبات مفردات الاختبار في مقابل قدرات الأفراد



شكل (٥) المنحنى المميز للاختبار ومنحنى معلومات الاختبار

ويتضح من جدول (٢) أن صعوبة مفردات الاختبار تراوحت بين ١,٨- و ١,٦ على تدرج اللوجيت، وقد لامت كل مفردات الاختبار نموذج راش بعد حذف الأفراد غير الملائمين (الطلاب الذين أجابوا على جميع المفردات إجابة صحيحة أو الذين أجابوا على جميع المفردات إجابة خاطئة)، باستثناء المفردة ٢٢، حيث كانت قيمة مربع كاي ٦٤,٢٢ وهى قيمة دالة عند مستوى دلالة (٠,٠١). ومع ذلك فقد تم الاحتفاظ بالمفردة ٢٢ لأنها مفردة محورية فيما يتعلق بعلاقتها مع مفردات الاختبار الأخرى، ومن حيث العمليات المعرفية التي تغطيها. بالإضافة إلى ذلك، قد لا يشير الارتفاع في قيمة مربع كاي إلى ضعف ملائمة المفردة للنموذج نظراً لحساسية مربع كاي لحجم العينة.

ويتضح من شكل (٤) أن قدرات الأفراد قد غطت مدى واسع، حيث تراوحت من -٢,٤ إلى ٢,٨ بوحدة اللوجيت، كما يتضح التناسب بين المدى الذي تغطيه مفردات الاختبار في مقابل المدى الذي تغطيه قدرات الأفراد المستجيبين على الاختبار، حيث تقع معظم قدرات الأفراد بين -٢,٠ و ١,٦ بوحدة اللوجيت وهى نفس المدى الذي تغطيه مفردات الاختبار. وقد كان متوسط صعوبة مفردات الاختبار (صفر) قريباً من متوسط قدرة الطلاب المستجيبين على الاختبار (٠,٤) مما يدل على تناسب مستوى صعوبة الاختبار لقدرات الأفراد، وهو أمر مهم للحصول على أدق التقديرات الخاصة بقدرات الأفراد (أمانة كاظم، ١٩٨٨ ب). ويتأكد ذلك من شكل (٥) حيث يبين المنحنى المميز للاختبار أنه متوسط الصعوبة بالنسبة للطلاب المستجيبين، ويلاحظ أيضاً ارتفاع احتمالات الإجابة الصحيحة على مفردات الاختبار بشكل ملحوظ كلما ارتفع مستوى قدرة الطلاب المستجيبين على الاختبار. كما ظهر من شكل (٥) ارتفاع دقة القياس وانخفاض الخطأ المعياري للاختبار كما هو واضح من منحى المعلومات الخاص بالاختبار.

مما سبق يتضح ملائمة الاختبار لقياس قدرات الطلاب، والوثوق في تقديرات بارامتر صعوبة مفردات الاختبار التي تم الحصول عليها باستخدام نموذج راش والتي ستستخدم لاحقاً في تقييم صدق النموذج الهرمي للعلاقات بين مفردات الاختبار في التنبؤ بتقديرات صعوبة المفردات. النتائج الخاصة بتكوين النموذج الهرمي للعلاقات بين مفردات الاختبار

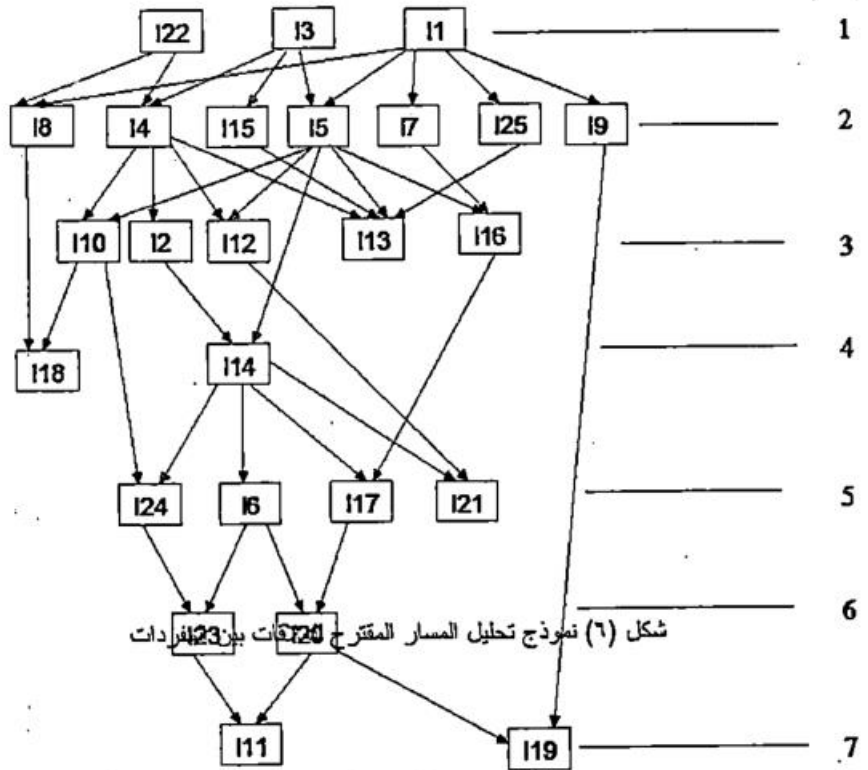
تم بناء مفردات الاختبار التشخيصي (ملحق الدراسة) والذي يتكون من ٢٥ مفردة في ضوء ١٢ مطلب معرفي لازم للإجابة الصحيحة على مفردات الاختبار. ويعرض جدول (٣) مصفوفة المفردات / المكونات المعرفية لمفردات الاختبار (٢٥ مفردة) والمكونات المعرفية (١٢ مكون). ويعرض جدول (٤) مصفوفة البناء الهرمي للعلاقات بين مفردات الاختبار وذلك في ضوء مصفوفة المفردات / المكونات المعرفية.

جدول (٣) مصفوفة المفردات / المكونات المعرفية لمفردات الاختبار (٢٥ مفردة) والمكونات المعرفية (١٢ مكون)

مكون	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢
١	١	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠
٢	٠	٠	٠	٠	١	١	٠	١	١	٠	٠	٠
٣	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	١	٠	٠	٠	٠
٤	٠	٠	٠	٠	١	١	٠	١	٠	٠	٠	٠
٥	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	١	٠	٠	٠	٠
٦	١	٠	٠	٠	١	١	٠	١	١	٠	٠	٠
٧	١	١	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠
٨	١	٠	١	١	١	١	٠	١	٠	٠	٠	٠
٩	١	٠	٠	١	٠	٠	٠	١	٠	٠	٠	٠
١٠	١	٠	٠	٠	١	١	١	١	٠	٠	٠	٠
١١	١	١	٠	٠	١	١	١	١	١	٠	٠	٠
١٢	١	٠	٠	٠	٠	١	٠	١	٠	٠	٠	٠
١٣	١	٠	٠	٠	٠	١	٠	١	٠	٠	٠	٠
١٤	١	٠	٠	٠	٠	١	٠	١	٠	٠	٠	٠
١٥	٠	٠	٠	٠	٠	١	٠	٠	٠	٠	٠	٠
١٦	١	١	٠	٠	٠	١	٠	٠	٠	٠	٠	٠
١٧	١	١	٠	٠	٠	١	٠	١	٠	٠	٠	٠
١٨	١	٠	٠	٠	٠	١	١	١	١	٠	٠	٠
١٩	١	١	٠	١	١	١	٠	١	٠	٠	٠	٠
٢٠	١	١	٠	١	١	١	٠	١	٠	٠	٠	٠
٢١	١	٠	٠	٠	٠	١	٠	١	٠	٠	٠	٠
٢٢	٠	٠	٠	٠	٠	١	٠	٠	٠	٠	٠	٠
٢٣	١	٠	٠	١	١	١	١	١	٠	٠	٠	٠
٢٤	١	٠	٠	١	١	١	١	١	٠	٠	٠	٠
٢٥	١	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠

فعلى سبيل المثال، المفردة رقم ١٥ في الاختبار التشخيصي "١٥ - (٣/س) = ١٠". تتطلب المكونات الآتية للوصول للحل الصحيح لقيمة "س" كما هو موضح في جدول (٣): المكون ٨ (الاتزان) لتصبح المعادلة على الصورة (٣/س) = ١٥ - ١٠، المكون ٥ (تجميع الأرقام) لتصبح المعادلة على الصورة (٣/س) = ٥، المكون ١٢ (المقام المشترك) للوصول لقيمة س = ١٥. من ناحية أخرى، فإن الحل الصحيح للمفردة ١٣ "٤ (س/٦) + ٢ + (٢/س) = ١٠ - ١٠ = صفر، يتطلب نفس المكونات الثلاثة السابقة بالإضافة إلى المكون ٦ (تجميع حدين جبريين)، والمكون ١ (حل معادلة على الصورة: أ س = ب). لذلك فالمكونات اللازمة للحل الصحيح للمفردة رقم ١٥ تمثل جزء من العمليات المعرفية اللازمة للحل الصحيح للمفردة رقم ١٣، وهذا يعنى أن المفردة رقم ١٥ تسبق المفردة رقم ١٣ في التنظيم الهرمي للعلاقات بين مفردات الاختبار، ولذلك فإن قيمة العنصر (١٣، ١٥) في مصفوفة البناء الهرمي للعلاقات بين مفردات الاختبار (جدول ٤) لابد أن تكون "١". وقد قام الباحث بتحليل جميع المكونات اللازمة للوصول للحل الصحيح للمفردات والمسئولة نظريا عن صعوبة مفردات الاختبار وتكوين مصفوفة البناء الهرمي للعلاقات بين مفردات الاختبار (جدول ٤) والتي تستخدم للوصول لنموذج تحليل المسار للعلاقات بين مفردات الاختبار والتحقق من صحة فروض الدراسة.

وقد قام الباحث بترجمة العلاقات بين مفردات الاختبار بالاستعانة بمصفوفة البناء الهرمي للعلاقات بين المفردات (جدول ٤)، في صورة معادلات خطية ومنها تم توصيف نموذج تحليل المسار للعلاقات بين المفردات واختبار مدى ملائمة النموذج للبيانات الفعلية لاستجابات عينة المستجيبين على مفردات الاختبار، ويعرض شكل (٦) نموذج تحليل المسار المقترح. وكما هو موضح بالشكل وضعت المفردات أرقام (١، ٣، ٢٢) على رأس التنظيم الهرمي للمفردات، حيث أن المكونات اللازمة للحل الصحيح لباقي مفردات الاختبار لا تعتبر مجموعة جزئية من المفردات (١، ٣، ٢٢). وجدول (٤) يوضح أن هذه هي المفردات الوحيدة التي تساوى جميع عناصر صفوفها صفر. وتمثل هذه المفردات المستوى الأول للصعوبة نظريا. وفى المستوى الثاني تم وضع المفردات أرقام (٤، ٥، ٧، ٨، ٩، ١٥، ٢٥)، وهى جميع المفردات التي تتطلب الإجابة الصحيحة عليها المكونات التي تمثلها واحدة على الأقل من مفردات المستوى الأول. وفى المستوى الثالث تم وضع المفردات أرقام (٢، ١٠، ١٢، ١٣، ١٦)، وهى جميع المفردات التي تتطلب الإجابة الصحيحة عليها المكونات التي تمثلها واحدة على الأقل من مفردات المستوى الثاني. وهكذا تم التوصل نظريا لسبعة مستويات للصعوبة تتوزع عليها مفردات الاختبار وفقا للمكونات التي تشملها وعلاقتها ببعضها البعض (شكل ٦).



النتائج الخاصة باختبار صحة فروض الدراسة وتفسيرها

للتحقق من صحة الفرض الأول للدراسة والذي ينص على:

" توجد ملائمة احصائية بين النموذج المقترح للعلاقات بين مفردات الاختبار، والذي تم توصيفه في ضوء المتطلبات المعرفية اللازمة للإجابة الصحيحة على مفرداته؛ والبيانات المستمدة من الطلاب المستجيبين على الاختبار".

تم اختبار ملائمة النموذج المقترح للعلاقات بين مفردات الاختبار (شكل ٦)، لمصفوفة الارتباط الرباعي والتي تم حسابها من قبل. ويعرض جدول (٥) قيم مؤشرات الملائمة الخمسة لهذا النموذج، كما يعرض جدول (٦) قيم التقديرات المعيارية لبارامترات النموذج.

جدول (٥) قيم مؤشرات ملائمة البيانات للنموذج المقترح للعلاقات بين مفردات الاختبار

قيمة المؤشر	مؤشر الملائمة
٤٩٨,٧٦ (د.ح. = ٢٦٠,٠٠ دلالة)	مربع كاي Chi-square
١,٩٢	قيمة مربع كاي / درجات الحرية
٠,٩٢	مؤشر الملائمة غير المعياري NNFI
٠,٩١	مؤشر الملائمة التزايدى IFI
٠,٩٢	مؤشر الملائمة المقارن CFI
٠,٠٦٣ (٠,٠٦١، ٠,٠٦٩)	جذر متوسط مربع الخطأ التقاربي RMSEA (حدود الثقة عند ٩٠%)

وتشير قيم مؤشرات الملائمة (جدول ٥) تحقق ملائمة معقولة (ولكنها ليست عالية) بين النموذج والبيانات. فالبرغم من دلالة قيمة مربع كاي (٤٩٨,٧٦، د.ح. = ٢٦٠,٠٠) مما يدل على وجود بعض التناقض بين النموذج والبيانات، إلا أن قيمة نسبة مربع كاي لدرجات الحرية كانت ١,٩٢ وهى أقل من ٢ مما يدل على أن التناقض بين النموذج والبيانات ليس كبيراً بما يكفى لرفض النموذج. وتؤكد باقى قيم مؤشرات الملائمة ذلك حيث سجلت قيمة مؤشر الملائمة غير المعياري NNFI ٠,٩٢، ومؤشر الملائمة التزايدى IFI ٠,٩١، ومؤشر الملائمة المقارن CFI ٠,٩٢ وهى تساوى تقريباً درجات القطع المتعارف عليها ولكنها أيضاً تعكس بعض التناقض الموجود بين النموذج والبيانات. وبالرغم من أن قيمة جذر متوسط مربع الخطأ التقاربي RMSEA أقل من درجة القطع المقترحة (٠,٠٧) لرفض النموذج؛ إلا أن حدود الثقة confidence interval (CI) حول قيمة جذر متوسط مربع الخطأ التقاربي كانت أكبر من الصفر. وبمراجعة مصفوفة البواقي المعيارية standardized residual matrix، كانت جميع مكوناتها صفرية أو قريبة من الصفر مما يدل على ملائمة النموذج للبيانات. وبصفة عامة

يمكننا القول أن النموذج يلائم البيانات بدرجة معقولة خاصة أن قيم واتجاه تقديرات البارامترات تزيد تقننا في النموذج وتتفق مع التوقعات النظرية كما يتضح من جدول (٦).

وبمراجعة قيم ودلالة تقديرات البارامترات المعروضة في جدول (٦) يتضح لنا أن جميع التقديرات كانت موجبة و دالة بخطأ معياري منخفض القيمة، فيما عدا المسارات من المفردة (١) إلى المفردة (٨) (٠.٠٤٨ = ل، ٠.٣٦٩ = ل)، ومن المفردة (٥) إلى المفردة (١٠) (٠.٠٩٨ = ل، ٠.٠٥٩ = ل)، ومن المفردة (٢٥) إلى المفردة (١٣) (٠.٠٨١ = ل، ٠.١٠٢ = ل)، ومن المفردة (٩) إلى المفردة (١٩) (٠.٠٩١ = ل، ٠.٠٥٦ = ل).

ويمكن تفسير عدم دلالة قيم المسارات الأربعة السابقة في ضوء المكونات اللازمة للحل الصحيح لتلك المفردات (جدول ٣)، فمراجعة المكونات اللازمة لحل المفردات ١، ٨، ٢٢ نجد أن المفردة (٨) تحتاج للمكونات ١ (حل المعادلة على الصورة: أ س = ب)، ٣ (حل المعادلة على الصورة: أ س = ج ب)، ٥ (تجميع أرقام)، ٦ (تجميع حدين جبريين)، ٨ (الاتزان)، للوصول للحل الصحيح، وتشارك المفردة (٢٢) المفردة (٨) في المكونين (٥)، (٦) و اللذان يعتبران المكونين الأساسيين لحل المفردة حل صحيحا، بينما تشترك المفردة (١) مع المفردة (٨) في المكون (١) فقط. ويعني ذلك أن تأثير المفردة (١) على المفردة (٨) يصبح هامشي وغير فعال عند تثبيت تأثير المفردة (٢٢)، يبدو هذا منطقي حيث أن وجود المكون (١) منفردا بدون المكونات الممثلة في المفردة (٢٢)، لا يكفي للحل الصحيح للمفردة (٨).

وبمراجعة المكونات اللازمة للحل الصحيح للمفردات ٤، ٥، ١٣، ١٥، ٢٥، (جدول ٣)، نجد أن الحل الصحيح للمفردة (١٣) يستلزم المكونات (١)، (٥)، (٦)، (٨)، (١٢) (المقام المشترك)، وتشارك المفردة (٤) المفردة (١٣) في المكونات (٥)، (٦)، (٨)؛ وتشارك المفردة (٥) المفردة (١٣) في المكونات (١)، (٥)، (٨)؛ كما تشارك المفردة (١٥) المفردة (١٣) في المكونات (٥)، (٨)، (١٢)؛ وبالتالي فإن جميع المكونات المعرفية اللازمة لحل المفردة (١٣) حلا صحيحا قد حصلت عليها من مشاركتها للمفردات السابقة بدون الحاجة للمفردة (٢٥) التي تشارك المفردة (١٣) في المكونات (١)، (١٢) فقط، مما يفسر عدم دلالة العلاقة بين المفردتين (١٣)، (٢٥) (المسار من المفردة (٢٥) إلى المفردة (١٣)).

جدول (٦) قيم التقديرات المعيارية لبارامترات النموذج المقترح

الدالة (J)	الخطأ المعياري	التقديرات المعيارية	المسار		
٠,٠٠١	٠,٠٥٨	٠,١٩٧	18	<---	I22
٠,٠٣١	٠,٠٥٦	٠,١١٢	14	<---	I22
٠,٠٠١	٠,٠٦٣	٠,٢٧٧	14	<---	I3
٠,٠٠١	٠,٠٦٧	٠,٢٩١	115	<---	I3
٠,٠٠١	٠,٠٧٠	٠,١٧٨	15	<---	I3
٠,٣٦٩	٠,٠٥٦	٠,٠٤٨	18	<---	I1
٠,٠٠٦	٠,٠٦٨	٠,١٤٤	15	<---	I1
٠,٠٠١	٠,٠٦٨	٠,٣١٨	17	<---	I1
٠,٠٠١	٠,٠٧١	٠,٢٢٧	I25	<---	I1
٠,٠٠١	٠,٠٧٢	٠,٣١٢	19	<---	I1
٠,٠١٥	٠,٠٧٢	٠,١٣٠	I18	<---	I8
٠,٠٠١	٠,٠٥٦	٠,٢٦٤	I10	<---	I4
٠,٠٠١	٠,٠٦٢	٠,٢٣٣	I2	<---	I4
٠,٠٠١	٠,٠٦٤	٠,١٩٩	I12	<---	I4
٠,٠٠١	٠,٠٦٢	٠,١٢٨	I13	<---	I4
٠,٠٢٠	٠,٠٥٩	٠,١٢١	I13	<---	I15
٠,٠٥٩	٠,٠٥٢	٠,٠٩٨	I10	<---	I5
٠,٠٠١	٠,٠٥٩	٠,٢٦٥	I12	<---	I5
٠,٠٠١	٠,٠٥٩	٠,١٨٨	I13	<---	I5
٠,٠٠١	٠,٠٥٦	٠,٣٠٥	I16	<---	I5
٠,٠٠٨	٠,٠٥٦	٠,١٣٥	I14	<---	I5
٠,٠٠٥	٠,٠٥٥	٠,١٤٤	I16	<---	I7
٠,١٠٢	٠,٠٤٩	٠,٠٨١	I13	<---	I25
٠,٠٥٦	٠,٠٥١	٠,٠٩١	I19	<---	I9
٠,٠١٣	٠,٠٥٥	٠,١٣٤	I18	<---	I10
٠,٠٠١	٠,٠٥٣	٠,٢٠٤	I24	<---	I10
٠,٠٠١	٠,٠٥١	٠,٣١٩	I14	<---	I2
٠,٠٢٣	٠,٠٤٩	٠,١١٥	I21	<---	I12
٠,٠٠١	٠,٠٤٩	٠,٣٢٣	I17	<---	I16
٠,٠٠٥	٠,٠٥٣	٠,١٤٩	I24	<---	I14
٠,٠٠١	٠,٠٥٣	٠,٢٥٢	I6	<---	I14
٠,٠٠١	٠,٠٥٦	٠,٢٧٧	I17	<---	I14
٠,٠٠١	٠,٠٥٠	٠,٣٦٣	I21	<---	I14
٠,٠١٢	٠,٠٥١	٠,١٣٢	I23	<---	I24
٠,٠٠٦	٠,٠٥١	٠,٢٣٨	I23	<---	I6
٠,٠٠١	٠,٠٤٨	٠,٣٤٧	I20	<---	I6
٠,٠٠١	٠,٠٤٩	٠,١٨٢	I20	<---	I17
٠,٠٠١	٠,٠٤٩	٠,١٨٠	I11	<---	I23
٠,٠٠٣	٠,٠٥٠	٠,١٦٠	I11	<---	I20
٠,٠٤٥	٠,٠٥٣	٠,١٠٦	I19	<---	I20

ومن الممكن تفسير عدم دلالة المسار من المفردة (٥) إلى المفردة (١٠)، بفحص شكل ٦) ، حيث نجد أن المفردة (١٠) تشارك المفردتين (٤)، (٥) في المكونات المعرفية اللازمة للحل الصحيح. المفردة (١٠) تحتاج للمكونات (١)، (٥)، (٦)، (٧) (تجميع أكثر من حدين جبريين)، (٨). تشارك المفردة (٤) المفردة (١٠) في المكونات (٥)، (٧)، (٨)، بينما تشارك المفردة (٥) المفردة (١٠) في المكونات (١)، (٥)، (٨). ومن الملاحظ أن المكون (٧) هو أهم ما يميز المفردة (١٠)، فإذا تم تثبيت تأثير المفردة (٤) وهي المفردة الوحيدة التي تشارك المفردة (١٠) في المكون (٧)، يصبح تأثير المفردة (٥) على المفردة (١٠) عديم القيمة حيث أن المكونات التي تميز هذه المفردة لا تكفي لتفسير الحل الصحيح للمفردة (١٠).

وفيما يتعلق بالمفردة (١٩)، بمراجعة جدول (٣) نجد أن المكونات اللازمة للحل الصحيح على هذه المفردة متعددة: (١)، (٢)، (٤)، (٥)، (٦)، (٨)، (٩) (إزالة الأقواس)، (١٠) (إزالة الأقواس المركبة). وتشارك المفردة (٢٠) المفردة (١٩) في معظم هذه المكونات (٧ مكونات من ٨) (جدول ٣)، في حين تشارك المفردة (٩) المفردة (١٩) في المكونات (١)، (٤)، (٨)؛ لذلك فالتأثير المنفرد للمفردة (٩) يكمن في المكون (٤)، مما قد يفسر ظهور هذا المسار بقيمة غير دالة إحصائياً.

ومن الجدير بالذكر، أنه يمكن تحسين ملائمة النموذج عن طريق إضافة بعض البارامترات التي يقترحها البرنامج لتحسين الملائمة فيما يعرف بمؤشرات تحسين ملائمة النموذج modification indices، ويمثل هذا الشق الاستكشافي في تحليل المسار. إلا أنه لا يجب أن يستخدم الباحث تلك الميزة بشكل عشوائي لأن ذلك قد يؤدي إلى التوصل لنماذج أكثر ملائمة من الوجهة الإحصائية؛ ولكنها قد تفقر للمعنى السيكولوجي والفائدة العملية، كما أنها تكون غير ثابتة وغير قابلة للتكرار في معظم الأحيان؛ بالإضافة إلى أنها تزيد من تعقيد النموذج (MacCallum, 1986; 1995). وفي حالة النموذج الحالي كانت جميع البارامترات المقترحة للإضافة ليست ذات معنى، مثل إضافة مسارات داخل نفس المستوى (شكل ٦: من المفردة (١) إلى المفردة (٣) أو من المفردة (٥) إلى المفردة (٧))، أو إضافة مسارات بين مفردتين لا توجد أي مكونات معرفية مشتركة بينهما (جدول ٣: من المفردة (٢٢) إلى المفردة (٧) أو من المفردة (٧) إلى المفردة (٢٢))، أو في عكس الاتجاه من مستوى أعلى لمستوى أدنى (شكل ٦: من المفردة (١٠) إلى المفردة (٤) أو من المفردة (١٧) إلى المفردة (١٤)). وبالرغم من ذلك، فإن هناك بعض المسارات المقترحة كانت ذات معنى ولكن لا يمكن إضافتها للنموذج، مثل المسار من المفردة (٤) إلى المفردة (١٤) حيث تعتمد فكرة النموذج أن تفسير تلك العلاقة لا بد أن يكون من خلال المفردة (٢) (أنظر الشكل ٦).

مما سبق يمكننا القول بتحقق الفرض الأول للدراسة بدرجة معقولة، حيث تحققت للملائمة الإحصائية المتوقعة بين النموذج المقترح للعلاقات بين مفردات الاختبار، والذي تم توصيفه في

ضوء المتطلبات المعرفية اللازمة للإجابة الصحيحة على تلك المفردات؛ والبيانات المستمدة من الطلاب المستجيبين على الاختبار.

للتحقق من صحة الفرض الثاني للدراسة والذي ينص على:

"يمكن تفسير تباين مستويات الصعوبة للمفردات المكونة للاختبار كما تم تقديرها باستخدام نموذج راش وفقاً لموقعها في التنظيم الهرمي للمفردات وما تتطلبه تلك المفردات من مكونات معرفية".

تم التحقق من زيادة مستويات صعوبات المفردات عبر المسارات المحددة بالشكل رقم (٦) وذلك باستخدام تقديرات صعوبة المفردات التي تم تقديرها باستخدام نموذج راش (جدول ٢). ويعرض جدول (٧) تدرج مستويات الصعوبة باللوجيت عبر جميع المسارات المحددة في الشكل رقم (٦).

فعلى سبيل المثال المسار رقم (١) بجدول (٧) يبدأ من المفردة (٢٢)، صعوبتها = - ١,٧٨٣ (لوجيت) ثم ينتقل إلى المفردة (٨)، صعوبتها = ١,٥٢١ (لوجيت) ثم إلى المفردة (١٨)، صعوبتها = ٠,٦١٦ (لوجيت)، كما هو محدد بالشكل (٦). ويُلاحظ ارتفاع قيم الصعوبة من المفردة ٢٢ إلى المفردة ٨ ثم إلى المفردة ١٨ كما هو متوقع عبر المسارات التي تحدها العلاقات بين المفردات وعبر المستويات المختلفة للصعوبة من أعلى الشكل (٦) إلى أسفله، حيث توجد المفردات الأسهل في أعلى الشكل (٦) عند المستوى الأول لأن هذه المفردات لا تسبقها أي مفردات من حيث المكونات المعرفية اللازمة للإجابة الصحيحة عليها، بينما يتوقع أن توجد أصعب المفردات في أدنى الشكل (٦) عند المستوى السابع لأن معظم مفردات الاختبار تسبقها من حيث المكونات المعرفية اللازمة لحلها، وهو ما يتوافق مع نتائج ملاءمة نموذج تحليل المسار المقترح والذي تم اختباره في الفرض رقم (١).

وقد تتبع الباحث جميع المسارات المتوقعة من الشكل رقم (٦) وعددها (٣٩) مسار كما هو موضح في جدول (٧) وقد تحققت زيادة صعوبة المفردات كما تم تقديرها باستخدام نموذج راش عبر جميع المسارات المتوقعة من نموذج تحليل المسار المقترح. وبهذا يمكننا القول بتحقيق الفرض الثاني للدراسة.

جدول (٧) تدرج مستويات الصعوبة باللوجيت عبر جميع المسارات المحددة في الشكل رقم (٦)

تحقق تزيادة في الصعوبة	المسارات (الصعوبة باللوجيت)
نعم	٢٢ (١,٨٧٣-) ٨..... (١,٥٢١-) ١٨..... (٠,٦١٦)
نعم	٢٢ (١,٨٧٣-) ٤..... (١,٥٥١-) ١٠..... (٠,٠٩٨-) (٠,٦١٦)
نعم	٢٢ (١,٨٧٣-) ٤..... (١,٥٥١-) ١٠..... (٠,٠٩٨-) ٢٤..... (٠,٨٠٠) ٢٣..... (١,٠٧٨) ١١..... (١,٥٠٨)
نعم	٢٢ (١,٨٧٣-) ٤..... (١,٥٥١-) ٢..... (٠,١٤١-) ١٤..... (٠,٠٤٥) ٢٤..... (٠,٨٠٠) ٢٣..... (١,٠٧٨) ١١..... (١,٥٠٨)
نعم	٢٢ (١,٨٧٣-) ٤..... (١,٥٥١-) ٢..... (٠,١٤١-) ١٤..... (٠,٠٤٥) ٦..... (٠,٨١٥) ٢٣..... (١,٠٧٨) ١١..... (١,٥٠٨)
نعم	٢٢ (١,٨٧٣-) ٤..... (١,٥٥١-) ٢..... (٠,١٤١-) ١٤..... (٠,٠٤٥) ٦..... (٠,٨١٥) ٢٠..... (١,٢٠٠) ١١..... (١,٥٠٨)
نعم	٢٢ (١,٨٧٣-) ٤..... (١,٥٥١-) ٢..... (٠,١٤١-) ١٤..... (٠,٠٤٥) ٦..... (٠,٨١٥) ٢٠..... (١,٢٠٠) ١٩..... (١,٤٠٨)
نعم	٢٢ (١,٨٧٣-) ٤..... (١,٥٥١-) ٢..... (٠,١٤١-) ١٤..... (٠,٠٤٥) ١٧..... (١,١٣٩) ٢٠..... (١,٢٠٠) ١٩..... (١,٤٠٨)
نعم	٢٢ (١,٨٧٣-) ٤..... (١,٥٥١-) ٢..... (٠,١٤١-) ١٤..... (٠,٠٤٥) ١٧..... (١,١٣٩) ٢٠..... (١,٢٠٠) ١٩..... (١,٤٠٨)

جدول (٧) تدرج مستويات الصعوبة بالترتيب عبر جميع المسارات المحددة في الشكل رقم (٦)

تحقق الزيادة في الصعوبة	المسارات (الصعوبة بالترتيب)	م
نعم	(٠,٨٤٣) ٢١.....(٠,٤٥) ١٤.....(٠,١٤١) ٢.....(١,٥٥١) ٤.....(١,٨٧٣) ٢٢	١٠
نعم	(٠,٨٤٣) ٢١.....(٠,٢٤١) ١٢.....(١,٥٥١) ٤.....(١,٨٧٣) ٢٢	١١
نعم	(٠,٥٣٣) ١٣.....(١,٥٥١) ٤.....(١,٨٧٣) ٢٢	١٢
نعم	(٠,٦١٦) ١٨.....(٠,٩٨٨) ١٠.....(١,٥٥١) ٤.....(١,٧٢٧) ٢	١٣
نعم	(١,٥٠٨) ١١.....(١,٠٧٨) ٢٣.....(٠,٨٠٠) ٢٤.....(٠,٩٨٨) ١٠.....(١,٥٥١) ٤.....(١,٧٢٧) ٢	١٤
نعم	(١,٥٠٨) ١١.....(١,٠٧٨) ٢٣.....(٠,٨٠٠) ٢٤.....(٠,٤٥) ١٤.....(٠,١٤١) ٢.....(١,٥٥١) ٤.....(١,٧٢٧) ٢	١٥
نعم	(١,٥٠٨) ١١.....(١,٠٧٨) ٢٣.....(٠,٨١٥) ٦.....(٠,٤٥) ١٤.....(٠,١٤١) ٢.....(١,٥٥١) ٤.....(١,٧٢٧) ٢	١٦
نعم	(١,٥٠٨) ١١.....(١,٢٠٠) ٢٠.....(٠,٨١٥) ٦.....(٠,٤٥) ١٤.....(٠,١٤١) ٢.....(١,٥٥١) ٤.....(١,٧٢٧) ٢	١٧
نعم	(١,٤٠٨) ١٩.....(١,٢٠٠) ٢٠.....(٠,٨١٥) ٦.....(٠,٤٥) ١٤.....(٠,١٤١) ٢.....(١,٥٥١) ٤.....(١,٧٢٧) ٢	١٨
نعم	(١,٤٠٨) ١٩.....(١,٢٠٠) ٢٠.....(١,١٣٩) ١٧.....(٠,٤٥) ١٤.....(٠,١٤١) ٢.....(١,٥٥١) ٤.....(١,٧٢٧) ٢	١٩
نعم	(٠,٨٤٣) ٢١.....(٠,٤٥) ١٤.....(٠,١٤١) ٢.....(١,٥٥١) ٤.....(١,٧٢٧) ٢	٢٠
نعم	(٠,٨٤٣) ٢١.....(٠,٢٤١) ١٢.....(١,٥٥١) ٤.....(١,٧٢٧) ٢	٢١
نعم	(٠,٥٣٣) ١٣.....(١,٥٥١) ٤.....(١,٧٢٧) ٢	٢٢
نعم	(٠,٥٣٣) ١٣.....(٠,٧٩٧) ١٥.....(١,٧٢٧) ٢	٢٣
نعم	(١,٥٠٨) ١١.....(١,٠٧٨) ٢٣.....(٠,٨٠٠) ٢٤.....(٠,٩٨٨) ١٠.....(٠,٦٦٢) ٥.....(١,٧٢٧) ٢	٢٤
نعم	(٠,٦١٦) ١٨.....(٠,٩٨٨) ١٠.....(٠,٦٦٢) ٥.....(١,٧٢٧) ٢	٢٥
نعم	(٠,٨٤٣) ٢١.....(٠,٢٤١) ١٢.....(٠,٦٦٢) ٥.....(١,٧٢٧) ٢	٢٦
نعم	(٠,٥٣٣) ١٣.....(٠,٦٦٢) ٥.....(١,٧٢٧) ٢	٢٧
نعم	(١,٤٠٨) ١٩.....(١,٢٠٠) ٢٠.....(١,١٣٩) ١٧.....(٠,٤٦٣) ١٦.....(٠,٦٦٢) ٥.....(١,٧٢٧) ٢	٢٨
نعم	(١,٥٠٨) ١١.....(١,٢٠٠) ٢٠.....(١,١٣٩) ١٧.....(٠,٤٦٣) ١٦.....(٠,٦٦٢) ٥.....(١,٧٢٧) ٢	٢٩
نعم	(٠,٦١٦) ١٨.....(١,٥٢١) ٨.....(١,٦٧٣) ١	٣٠
نعم	(١,٥٠٨) ١١.....(١,٠٧٨) ٢٣.....(٠,٨٠٠) ٢٤.....(٠,٩٨٨) ١٠.....(٠,٦٦٢) ٥.....(١,٦٧٣) ١	٣١
نعم	(٠,٦١٦) ١٨.....(٠,٩٨٨) ١٠.....(٠,٦٦٢) ٥.....(١,٦٧٣) ١	٣٢
نعم	(٠,٨٤٣) ٢١.....(٠,٢٤١) ١٢.....(٠,٦٦٢) ٥.....(١,٦٧٣) ١	٣٣
نعم	(٠,٥٣٣) ١٣.....(٠,٦٦٢) ٥.....(١,٦٧٣) ١	٣٤
نعم	(١,٤٠٨) ١٩.....(١,٢٠٠) ٢٠.....(١,١٣٩) ١٧.....(٠,٤٦٣) ١٦.....(٠,٦٦٢) ٥.....(١,٦٧٣) ١	٣٥
نعم	(١,٥٠٨) ١١.....(١,٢٠٠) ٢٠.....(١,١٣٩) ١٧.....(٠,٤٦٣) ١٦.....(٠,٦٦٢) ٥.....(١,٦٧٣) ١	٣٦
نعم	(٠,٤٦٣) ١٦.....(٠,٥٦٥) ٧.....(١,٦٧٣) ١	٣٧
نعم	(٠,٥٣٣) ١٣.....(٠,٤٦٨) ٢٥.....(١,٦٧٣) ١	٣٨
نعم	(١,٤٠٨) ١٩.....(٠,١٨٥) ٩.....(١,٦٧٣) ١	٣٩

للتحقق من صحة الفرض الثالث للدراسة والذي ينص على:

تميز تقديرات بارامتر صعوبة مفردات الاختبار كما تم تقديرها باستخدام نموذج راش، بشكل دال احصائيا بين المستويات المختلفة التي تتوزع عليها مفردات الاختبار وفقا للبناء الهرمي للعلاقات بين مفردات الاختبار.

تم تحديد المفردات التي تكون مستويات الصعوبة السبعة وتتوزع عليها مفردات الاختبار (٢٥ مفردة) (انظر شكل ٦) وكون منها متغير مستوى الصعوبة المتوقع والذي تتراوح قيمه من ١ إلى

٧، وقد استخدم كمتغير تصنيفي في التحليل التمييزي، في حين استخدم متغير صعوبة المفردات كما تم تقديرها باستخدام نموذج راش كمتغير تابع. وتتحقق صحة الفرض إذا حصلنا على قيمة دالة للتمييز وإذا كان تصنيف المفردات الذي يتم باستخدام دالة التمييز متفق مع تصنيف المفردات المتوقع نظرياً.

ويعرض جدول (٨) المتوسطات والانحرافات المعيارية لصعوبة المفردات التي تكون كل مستوى، كما يعرض جدول (٩) نتائج التحليل التمييزي.

جدول (٨) المتوسطات والانحرافات المعيارية لصعوبة المفردات التي تكون كل مستوى من مستويات الصعوبة

عدد المفردات	الانحراف المعياري	متوسط الصعوبة	المستوى
٣	٠,٠٥٥	١,٧٢٨-	١
٧	٠,٤٣٢	٠,٧٥٢-	٢
٥	٠,٣١٢	٠,٢٠٠	٣
٢	٠,٤٠٤	٠,٣٣١	٤
٤	٠,١٦١	٠,٩٠٠	٥
٢	٠,٠٨٦	١,١٣٩	٦
٢	٠,٠٧١	١,٤٥٨	٧
٢٥	١,٠٢٤	صفر	المجموع

ويتضح من جدول (٨) أن متوسطات الصعوبة كما تم تقديرها باستخدام نموذج راش بوحدة اللوجيست تزيد مع ارتفاع المستوى الذي تنتمي إليه مفردات الاختبار، وأن جميع الانحرافات المعيارية كانت منخفضة القيمة مما يشير لتجانس صعوبة المفردات داخل كل مستوى. كما يتضح من الجدول أن الانحرافات المعيارية للمستويات الوسطي تزيد عن مثيلاتها فسي المستويات الدنيا أو العليا، مما يعني أن تجانس الأفراد كان أكبر في مستويات الصعوبة المتطرفة عنه في مستويات الصعوبة الأخرى.

جدول (٩) نتائج التحليل التمييزي

دالة التمييز	الجنزr الكامن	قيمة احصاء لامبادا	مربع كاي	درجات الحرية	الدلالة (J)
١	١٣,٢٧٤	٠,٠٧٠	٥٣,١٦٩	٦	٠,٠٠١

يتضح من جدول (٩) التوصل لدالة تمييز ذات دلالة احصائية، مما يعني أن تقديرات بارامتر صعوبة مفردات الاختبار كما تم تقديرها باستخدام نموذج راش؛ تميز بشكل دال احصائياً بين المستويات المختلفة التي تتوزع عليها مفردات الاختبار وفقاً للبناء الهرمي للعلاقات بين

مفردات الاختبار. وقد استطاعت دالة التمييز تصنيف (٢١) مفردة من مفردات الاختبار (٢٥ مفردة) بشكل صحيح بنسبة (٨٤%). وقد كانت الأربع مفردات التي صنفت بشكل خاطئ هي المفردات رقم (٨) حيث صنفت ضمن المستوى الأول بدلا من المستوى الثاني، والمفردة رقم (٩) والتي صنفت ضمن المستوى الثالث بدلا من المستوى الثاني، والمفردة (١٨) التي صنفت في المستوى الخامس بدلا من المستوى الرابع، وأخيرا المفردة (٢٣) والتي صنفت في المستوى الخامس بدلا من المستوى السادس. ويلاحظ أن المفردات الأربعة على حدود الشكل (أنظر شكل ٦) وليست داخله، كما أن الخطأ في التصنيف كان في حدود مستوى واحد لأعلى أو لأسفل، لذلك يرى الباحث تحقق الفرض الثالث للدراسة.

خلاصة وتوصيات

تعرضت الدراسة لبحث مصادر تباين صعوبة مفردات الاختبار، وحاولت التأكد بشكل تجريبي من صدق العلاقة بين المكونات المعرفية التي يفترض أنها تقع خلف الاستجابة الصحيحة على مفردات الاختبار وصعوبة تلك المفردات باستخدام منهجية تحليل المسار ونموذج راش، وقد هدفت الدراسة للتحقق من صدق هذه المنهجية باستخدام اختبار تحصيلي في جبر المعادلات الخطية قام الباحث بإعادته في ضوء مجموعة من المكونات المعرفية التي يفترض نظريا تفسيرها لتباين صعوبة مفردات الاختبار.

يستلزم إتباع هذه المنهجية وجود مجموعة من العمليات المعرفية المحددة مسبقا، تفسر نظريا تباين صعوبة مفردات الاختبار أو تمييزها، كما يستلزم تطبيق هذه المنهجية تحقق افتراضات نموذج راش في البيانات المستمدة من المستجيبين على الاختبار وملئمة مفردات الاختبار لنموذج راش، وكذلك ملائمة البيانات لافتراضات أسلوب تحليل المسار. لذلك فإن المنهجية المعروضة في هذه الدراسة تصلح للاختبارات التي بنيت في ضوء إطار نظري قوى ومحدد وفي ضوء نظرية معرفية تستند عليها. وبالإضافة إلى ذلك فإن تلك المنهجية تحتاج إلى عينات كبيرة الحجم نسبيا حيث أن الأساليب الأحصائية التي بنيت عليها هي أساليب متعددة المتغيرات وتحتاج لعينات كبيرة الحجم حتى يمكن الوثوق في النتائج المترتبة على استخدام تلك المنهجية. وتزداد أهمية حجم العينة كلما كانت الاختبارات أطول، حيث يزيد عدد البارامترات المراد تقديرها ويزيد النموذج في درجة التعقيد.

وقد توصلت الدراسة الحالية لصدق العلاقة بين المكونات المعرفية التي تقع خلف الإجابة الصحيحة على المفردة وصعوبة المفردة، بمعنى آخر يمكن اعتبار تلك المكونات أو العمليات أو المتطلبات المعرفية كمصادر لتباين صعوبة مفردات الاختبار. ويرى الباحث أن التحقق من صدق العلاقة بين المكونات المعرفية وصعوبة مفردات الاختبار لازمة للتأكد من صدق الاختبار قبل استخدامه خاصة إذا كان الفرض من استخدام الاختبار تشخيصي، تلك الاختبارات التي تلعب دورا هاما في نجاح العملية التعليمية لما يترتب عليه من التعرف الصحيح والتشخيص الدقيق لصعوبات التعلم وبناء خطط التدريس العلاجي في ضوءها وهم ما توصي به الاتجاهات الحديثة

في التقييم التربوي، وتحقق أهم أهداف التقييم الناجح؛ الشمول والتكامل والاستمرارية. لذلك يوصى الباحث باستخدام المنهجية المعروضة في الدراسة في بناء والتحقق من صدق الاختبارات بصفة عامة ولا سيما الاختبارات ذات الأغراض التشخيصية، في جميع المواد الدراسية. ويستلزم تحقيق هذا الهدف التعاون بين المتخصصين في المناهج الدراسية المختلفة، والمتخصصين في علم النفس المعرفي، وكذلك المتخصصين في الاختبارات والقياس النفسي والاحصاء، وهو ما يحتاج لفريق بحثي يتبنى مشروعاً للاضطلاع بمثل هذا النوع من الجهد.

وإن كان من الصعب استخدام معلم الفصل المنهجية المعروضة لبناء الاختبارات التحصيلية، حيث تخاطب الدراسة أساساً المتخصصين في القياس النفسي والتربوي والقائمين على إعداد الاختبارات، إلا أن لها انعكاسها على الواقع التعليمي قد تكون ملحوظة إذا ما تم استخدام وتفعيل بنوك الأسئلة التي يعدها المتخصصون ويستخدمها المعلمون، وهو اتجاه بدأ يتنامى في مصر في الآونة الأخيرة، حيث يعكف المتخصصون بالمركز القومي للامتحانات والتقييم التربوي لبناء تلك البنوك في المواد الدراسية المختلفة، كما تتبنى بعض الجامعات مشاريع بحثية مماثلة، مما يزيد من أهمية إجراء الدراسات التي تهدف لتطوير بناء الاختبارات.

قائمة المراجع

١. أمينة محمد كاظم (١٩٨٨). دراسة نظرية نقدية حول القياس الموضوعي للسلوك: نموذج راش. الكويت، مؤسسة الكويت للتقدم العلمي.
٢. أمينة محمد كاظم (١٩٨٨ب). مستوى العينة وتدرج بنك الأسئلة باستخدام نموذج راش: دراسة تجريبية. أبحاث مؤتمر علم النفس الرابع، ٣٩٠-٤١٩.
٣. صلاح الدين محمود علام (١٩٨٥). تحليل بيانات الاختبارات العقلية باستخدام نموذج راش اللوغاريتمي الاحتمالي: دراسة تجريبية. المجلة العربية للعلوم الإنسانية، الكويت، العدد السابع عشر، المجلد الخامس، ١٠٠-١٢٢.
٤. صلاح الدين محمود علام (١٩٨٧). دراسة موازنة ناقذة لنماذج السمات الكامنة والنماذج الكلامية في القياس النفسي والتربوي. المجلة العربية للعلوم الإنسانية، الكويت، العدد السابع والعشرون، المجلد السابع، ١٨-٤٣.
٥. صلاح الدين محمود علام (١٩٩٩). القياس والتقويم التربوي والنفسي: أساسيته وتطبيقاته وتوجهاته المعاصرة. القاهرة، دار الفكر العربي.
6. Arbuckle, J. L. (2003). AMOS user guide (Version 5.0). Chicago: Small Waters.
7. Assessment Systems Corporation (1995). User's manual for RASCAL Rasch Analysis Program (Windows Version 3.5). St. Paul, MN: Author.
8. Baker, F. B. (1993). Sensitivity of the linear logistic test model to misspecification of the weight matrix. Applied Psychological Measurement, 17(3), 201-210.
9. Bentler, P. M. (1990). Comparative fit indexes in structural models. Psychological Bulletin, 107, 238-246.
10. Bentler, P.M., & Dudgeon, P. (1996). Covariance structure analysis: Statistical practice, theory, and directions. Annual Review of Psychology, 47, 541-570.
11. Bollen, K. A. (1989). Structural equation with latent variables. New York: John Wiley.
12. Bollen, K.A., & Long, J.S. (1993). Introduction. In K.A. Bollen, & J.S. Long (Eds.), Testing Structural Equation Models (pp. 1-9). Newbury Park, CA: Sage.

13. Byrne, B. M., & Campbell, T. L. (1999). Cross-cultural comparisons and the presumption of equivalent measurement and theoretical structure: A look beneath the surface. *Journal of Cross-Cultural Psychology*, 30, 555-574.
14. Cisse, D. (1997). Modeling the complexity of arithmetic word problems: A comparative analysis using the linear logistic test model. A paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association, Chicago, IL.
15. de Gruijter, D.N.M., & van der Kamp, L.J.Th. (1984). *Statistical Models in Psychological and Educational Testing*. Lisse, Netherlands: Swets & Zeitlinger.
16. Dimitrov, D. M. (1996). Cognitive item subordination in linear logistic test modeling. Unpublished PhD dissertation, Southern Illinois University, Carbondale.
17. Dimitrov, D. M. & Obiekwe, J. (1998). Validation of item difficulty components for algebra problems. Paper presented at the meeting of the Eastern Educational Research Association, Tampa, FL.
18. Drum, P. A., Calfee, R. C., & Cook, L. K. (1981). The effects of surface structure variables on performance in reading comprehension tests. *Reading Research Quarterly*, 16, 486-514.
19. Elliott, C.D. (1990). *Differential Ability Scales: Introductory and Technical Handbook*. San Antonio, TX: Psychological Corporation.
20. Embretson, S. E. (1984). A general latent trait model for response processes. *Psychometrika*, 49, 175-186.
21. Embretson, S. E. (Ed.) (1985). *Test design: Developments in psychology and psychometrics* New York: Academic Press.
22. Embretson, S. E. (1991). A multidimensional latent trait model for measuring learning and change. *Psychometrika*, 56, 495-516.
23. Embretson, S.E. (1995). A measurement model for linking individual learning to process and knowledge: Application to mathematical reasoning. *Journal of Educational Measurement*, 32, 277-294.
24. Embretson, S.E. (2000). Multidimensional measurement from dynamic tests: Abstract reasoning under stress. *Multivariate Behavioral Research*, 35, 505-543.

25. Embretson, S.E. & Wetzel, C.D. (1997). Component latent trait models for paragraph comprehension tests. *Applied Psychological Measurement*, 11, 175-193.
26. Fischer, G.H. (1973). The linear logistic test model as an instrument in educational research. *Acta Psychologica*, 37, 359-374.
27. Fischer, G. H. (1983). Logistic latent trait models with linear constraints. *Psychometrika*, 48, 3-26.
28. Flanagan, D.P., Genshaft, J.L., & Harrison, P.L. (2003). New tests and alternative techniques for assessing intelligence. In D.P. Flanagan, J.L. Genshaft, & P.L. Harrison (Eds.), *Contemporary Intellectual Assessment: Theories, Tests, and Issues*. New York: Guilford Press.
29. Gadelrab, H. F. (2004). The effect of model misspecification on goodness-of-fit indices for structural equation modeling. Unpublished PhD Dissertation, Wayne State University, Detroit, MI.
30. Gitomer, D.H. & Rock, D. (1993). Addressing process variables in test analysis. In N. Frederiksen, R.J. Mislevy, & I. Bejar (Eds.), *Test theory for a new generation of tests* (pp. 69-95). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
31. Hambleton, R. K. & Swaminathan, H. (1985). *Item response theory: Principles and applications*. Boston: Kluwer-Nijhoff.
32. Hambleton, R. K., Swaminathan, H., & Rogers, H.J. (1991). *Fundamentals of item response theory*. Newbury Park, Ca: Sage.
33. Hoyle, R. H., & Panter, A. T. (1995). Writing about structural equation models. In R. H. Hoyle (Ed.), *Structural Equation Modeling: Concepts, Issues, and Applications*. Thousand Oaks: Sage.
34. Hu, L., & Bentler, P. M. (1999). Cutoff criteria for fit indexes in covariance structure analysis: Conventional criteria versus new alternatives. *Structural Equation Modeling*, 6, 1-55.
35. Irvine, S.H. (2005). Item generation for test development: An introduction. In S.H. Irvine & P.C. Kyllonen (Eds.), *Item generation for test development*. Mahwah, NJ: Erlbaum.
36. Kaufman, A.S., & Kaufman, N.L. (1993). *Manual for the Kaufman Functional Academic Skills Test (KAIT)*. Circle Pines, MN: American Guidance Service.

37. Kline, R.B. (1998). *Principals and practice for structural equation modeling*. New York: Guilford Press.
38. Kyllonen, P.C., Lohman, D.F., & Woltz, D.J. (1984). Componential modeling of alternative strategies for performing spatial tasks. *Journal of Educational Psychology*, 76, 1325-1345.
39. La Du, T. G., & Tanaka, S. J. (1989): Influence of sample size, estimation method, and model specification on goodness-of-fit assessments in structural equation models. *Journal of Applied psychology*, 74, 625-636.
40. MacCallum, R. C. (1986). Specification searches in covariance structure modeling. *Psychological Bulletin*, 100, 107-120.
41. MacCallum, R. C. (1995). Model specification: Procedures, strategies, and related issues. In R. H. Hoyle (Ed.), *Structural equation modeling: Concepts, issues, and applications*. Thousand Oaks, CA: Sage.
42. Medina-Diaz, M. (1993). Analysis of cognitive structure using the linear logistic test model and quadratic assignment. *Applied Psychological Measurement*, 17, 117-130.
43. Mislevy, R.J. (1993). Foundations of new theory. In N. Frederiksen, R.J. Mislevy, & I. Bejar (Eds.), *Test theory for a new generation of tests* (pp. 69-95). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
44. Mislevy, R.J., & Verhlest, N. (1986). Modeling item responses when different subjects employ different solution strategies. Princeton, NJ: Educational Testing Service.
45. Perkins, K., Gupta, L., & Tammana, R. (1995). Predicting item difficulty in a reading comprehension test with an artificial neural network. In A. Davies & J. Upshur (Eds.) *Language testing*, Vol. 12, No. 1 (pp. 34-53). London: Edward Arnold.
46. Preacher, K. J., & MacCallum, R. C. (2003). Repairing Tom Swift's electric factor analysis machine. *Understanding Statistics*, 2, 13-43.
47. Scheuneman, J.D., & Gerritz, K. (1990). Using differential item functioning procedures to explore sources of item difficulty and group performance characteristics. *Journal of Educational Measurement*, 27, 109-131.

48. Scheuneman, J.D., & Steinhaus, K. (1987). A theoretical framework for the study of item difficulty and discrimination. Princeton, New Jersey: Educational Testing Service.
49. Sheehan, T. J., Fifield, J., Reisine, S., & Tennan, H. (1995). The measurement structure of the Center for Epidemiologic Studies Depression scale. *Journal of Personality Assessment*, 64, 507-521.
50. Satorra, A. (1990). Alternative test criteria in covariance structure analysis: A unified approach. *Psychometrika*, 54, 131-151.
51. Scientific Software International (2002). TESTFACT User's Manual (Windows Version 4.0). Lincolnwood, IL: SSI.
52. Snow, R.E., & Lohman, D.F. (1984). Toward a theory of cognitive aptitude for learning from instruction. *Journal of Educational Psychology*, 76, 347-376.
53. Spada, H. & Kluwe, R. (1980). Two models of intellectual development and their reference to the theory of Piage. In R. Kluwe & H. Spada (Eds.), *Developmental model of thinking* (pp. 1-32). New York: Academic Press.
54. Spada, H. & McGaw, B. (1985). The assessment of learning effects with linear logistic test models. In S. Embretson (Ed.), *Test design: Developments in psychology and psychometrics* (pp. 169-193). New York: Academic Press.
55. SPSS 13.0 (2004). SPSS Base 13.0 user's guide. Chicago, IL: SPSS Inc.
56. van der Linden, W.J., & Hambleton, R.K. (1997). Item response theory: brief history, common models, and extensions: In W.J. van der Linden, & R.K. Hambleton (Eds.), *Handbook of Modern Item Response Theory* (pp. 1-28). New York: Springer Verlag.
57. Woodcock, R.W., & Johnson, M.B. (1989). *Woodcock-Johnson Psycho-Educational Battery-Revised*. Chicago: Riverside.

Relationship Between Item's Cognitive Components and its Difficulty Using Path Analysis and the Rasch Model

Dr. Hesham Fathi Gadelrab
Mansoura F.O.E.

Abstract

This research examines sources of variability in test item difficulty administrated to a group of people. It tests experimentally, using path analysis, the Rasch model and discriminant function analysis, the relation between the cognitive components required for a correct answer to any of the test items and the level of difficulty of the item itself. The study aims at verifying the validity of the method through using a diagnostic test in linear equation algebra the researcher has developed in light of a group of cognitive components theoretically presumed responsible for the difference in difficulty among the test items. A model of relations among the test items was developed based on this group of cognitive components. The study sample consists of 338 students (183 males and 155 females). Data were analyzed applying path analysis using the AMOS 5.0 statistical software. The parameters were estimated using maximum likelihood estimation method. A number of descriptive fit indices were used in addition to Chi-Square to test the fit of the suggested model to the data derived from the study sample. The research arrived at evidence for such fit. This means that the difference in difficulty level among the test items can be explained in light of the difference in the cognitive requirements for those items. The study also proved the validity of the suggested model in predicting the difficulty of the test items that were estimated by the Rasch model as well as its ability for discriminating different levels of difficulty using discriminant function analysis.